Unités de Planck, selon l'analyse dimensionnelle [1]

Les 3 constantes fondamentales sont:

- Pour la vitesse : $c = 2{,}99792458 * 10^{8} \quad m^{1}.s^{-1}$
- Pour la masse : $G = 6{,}6743 * 10^{-11} \quad m^{3}.kg^{-1}.s^{-2}$
- Pour la dimension : $\hbar = \frac{h}{2\,\pi} = 1{,}005457181765 * 10^{-34} \quad kg^{1}.m^{2}.s^{-1}$

Ces constantes sont le reflet de ce qui a de plus profond, de plus basique, de plus fondamental dans la nature.

La vitesse, qui a une valeur limite qui ne peut être dépassée quelque soi l'énergie que l'on fournit.

La masse, qui est fonction de l'énergie contenue en elle et qui conditionne la courbure de l'espace-temps autour d'elle et qui conditionne aussi sont inertie au mouvement.

La constante de Planck réduite, qui comprend en soi des contraintes du comportement de la nature et qui prend toute son importance à très petite échelle.

Nous pouvons utiliser ces 3 constantes fondamentales pour définir de nouvelles unités élémentaires, dites « unités naturelles ».

Les nouvelles unités sont composées par la multiplication des 3 constantes fondamentales selon des proportions spécifiques en fonction de l'unité qu'elles représentent.

$$Unit\acute{e}\ de\ Planck = \boldsymbol{U_p} = \boldsymbol{c^{\alpha}}.\ \hbar^{\boldsymbol{\beta}}.\ \boldsymbol{G^{\gamma}}$$

1. Your Daily Equation #15: The Planck Length - Why String Theory is Hard to Test (27:17) https://www.youtube.com/watch?v=1MRGJwdeie0&list=PLKy-B3Qf_RDVL6Z_CmgKf0tAbpXTua9mV&index=28&t=359s

« Dénombrement » des unités MKS pour chaque constante

$Constantes\ universelles$	$Unités\ MKS$	$Unités\ MKS$ séparées		
$\boldsymbol{c}$	$m\,.s^{-1}$	$\boldsymbol{m^1}$	$\boldsymbol{s^{-1}}$	$\boldsymbol{kg^0}$
ħ	$m^2.kg\ \ .s^{-1}$	$\boldsymbol{m^2}$	$\boldsymbol{s^{-1}}$	$\boldsymbol{kg^1}$
$\boldsymbol{G}$	$m^3.s^{-2}.kg^{-1}$	$\boldsymbol{m^3}$	$\boldsymbol{s^{-2}}$	$\boldsymbol{kg^{-1}}$

$Sommation\ des\ exposants$

$Constantes\ universelles$	Exposants	$Unités\ MKS$ séparées		
$\boldsymbol{c^\alpha}$	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{m^\alpha}$	$\boldsymbol{s^{-\alpha}}$	$\boldsymbol{kg^0}$
$ħ^{\boldsymbol{\beta}}$	$\boldsymbol{\beta}$	$\boldsymbol{m^{2\beta}}$	$\boldsymbol{s^{-\beta}}$	$\boldsymbol{kg^\beta}$
$\boldsymbol{G^\gamma}$	$\boldsymbol{\gamma}$	$\boldsymbol{m^{3\gamma}}$	$\boldsymbol{s^{-2\gamma}}$	$\boldsymbol{kg^{-\gamma}}$
$sommation\ des\ exposants$		$\boldsymbol{\alpha+2\beta+3\gamma}$	$\boldsymbol{-\alpha-\beta-2\gamma}$	$\boldsymbol{\beta-\gamma}$

Établissons l'unité de longueur : $\boldsymbol{l_p}$ ≡ longueur de Planck

$\boldsymbol{l_p}$		$Unité\ de\ l_p$	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui \Rightarrow 1$	$\boldsymbol{\alpha+2\beta+3\gamma=1}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non \Rightarrow 0$	$\boldsymbol{-\alpha-\beta-2\gamma=0}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non \Rightarrow 0$	$\boldsymbol{\beta-\gamma=0}$

Nous avons à résoudre un problème à 3 équations à 3 inconnues

$\beta-\gamma=0\ \Rightarrow\ \boldsymbol{\beta=\gamma}$

$-\alpha-\beta-2\gamma=0\ \Rightarrow\ -\alpha-\gamma-2\gamma=0\ \Rightarrow\ -\alpha=3\gamma\quad ou\quad \boldsymbol{\alpha=-3\gamma}$

$\alpha+2\beta+3\gamma=1\quad \Rightarrow\ -3\gamma+2\gamma+3\gamma=1\quad \Rightarrow\ 2\gamma=1\ \Rightarrow\ \boldsymbol{\gamma=\frac{1}{2}}$

$\beta=\gamma\ \Rightarrow\ \boldsymbol{\beta=\frac{1}{2}}$

$\alpha=-3\gamma\ \Rightarrow\ \boldsymbol{\alpha=-\frac{3}{2}}$

$l_p=c^\alpha.\ ħ^\beta.\ G^\gamma$

$l_p=c^{-\frac{3}{2}}.\ ħ^{\frac{1}{2}}.\ G^{\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{l_p}=\sqrt{\frac{ħ\,\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{c^3}}}}$$

$\boldsymbol{l_p=1,616255024E-35\ m}$

Établissons l'unité de temps : $\boldsymbol{t_p}$ ≡ temps de Planck

$\boldsymbol{t_p}$		$Unité\ de\ t_p$	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui => 0$	$\boldsymbol{\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non => 1$	$\boldsymbol{-\alpha - \beta - 2\gamma = 1}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non => 0$	$\boldsymbol{\beta - \gamma = 0}$

$\beta - \gamma = 0\ \ => \ \boldsymbol{\beta = \gamma}$

$\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0\ \ => \ \alpha + 2\gamma + 3\gamma = 0\ \ => \ \alpha = -5\gamma \quad ou\ -\alpha = 5\gamma$

$5\gamma - \gamma\ - 2\gamma = 1\ \ => \ \ 2\gamma = 1\ \ => \ \boldsymbol{\gamma = \frac{1}{2}}$

$\beta = \gamma\ \ => \ \boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}}$

$\alpha = -5\gamma\ \ => \ \ \boldsymbol{\alpha = -\frac{5}{2}}$

$t_p = c^{\alpha}.\ \hbar^{\beta}.\ G^{\gamma}$

$t_p = c^{-\frac{5}{2}}.\ \hbar^{\frac{1}{2}}.\ G^{\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{t_p} = \sqrt{\frac{\hbar\, \boldsymbol{G}}{\boldsymbol{c^5}}}}$$

$\boldsymbol{t_p = 5{,}391246448E - 44\ s}$

Au premier coup d'œil, nous remarquons que $\boldsymbol{l_p}$ diffère de $\boldsymbol{t_p}$ que d'un multiple de c.

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = c\ t_p}}$$

l_p est équivalent à la distance parcourue par la lumière pendant le temps de Planck.

Établissons l'unité de masse : $m_p \equiv$ masse de Planck

$\boldsymbol{m_p}$		*Unité de m_p*	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui => 0$	$\boldsymbol{\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non => 0$	$\boldsymbol{-\alpha - \beta - 2\gamma = 0}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non => 1$	$\boldsymbol{\beta - \gamma = 1}$

$\beta - \gamma = 1 => \boldsymbol{\beta = 1 + \gamma}$

$-\alpha - \beta - 2\gamma = 0 \;=> -\alpha - (1 + \gamma\,) - 2\gamma = 0 \;=> -\alpha - 1 - \gamma - 2\gamma = 0 \;=>$

$-\alpha - 1 - 3\gamma = 0 => \boldsymbol{-\alpha - 1 = 3\gamma}$

$\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0 => \;\alpha + 2\beta - \alpha - 1 = 0 => \;2\beta - 1 = 0 => \;\boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}}$

$\beta = 1 + \gamma \;\; => \;\gamma = \beta - 1 => \;\; \gamma = \frac{1}{2} - 1 \;\; => \boldsymbol{\gamma = -\frac{1}{2}}$

$-\alpha - 1 = 3\gamma => \alpha = -3\gamma - 1 => \;\alpha = -3\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 => \;\alpha = \left(\frac{3}{2}\right) - \left(\frac{2}{2}\right) \;\; => \boldsymbol{\alpha = \frac{1}{2}}$

$m_p = c^{\alpha}.\,\hbar^{\beta}.\;G^{\gamma}$

$m_p = c^{\frac{1}{2}}.\,\hbar^{\frac{1}{2}}.\;G^{-\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{m_p = \sqrt{\frac{c\,\hbar}{G}}}}$$

$\boldsymbol{m_p = 2.176434343E - 8\;kg}$

Unités naturelles

Constantes		**Unités $\boldsymbol{c\,\hbar\,G}$**	**Unités $\boldsymbol{c\,\hbar\,G}$ séparées**		
$\boldsymbol{l_p}$	$\boldsymbol{1{,}616255024E - 35\;m}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{3}{2}}.\;\hbar^{\frac{1}{2}}.\,G^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{3}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{\frac{1}{2}}}$
$\boldsymbol{t_p}$	$\boldsymbol{5{,}391246448E - 44\;s}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{5}{2}}.\;\hbar^{\frac{1}{2}}.\,G^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{5}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{\frac{1}{2}}}$
$\boldsymbol{m_p}$	$\boldsymbol{2.176434343E - 8\;kg}$	$\boldsymbol{c^{\frac{1}{2}}.\;\hbar^{\frac{1}{2}}.\,G^{-\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{-\frac{1}{2}}}$

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = \sqrt{\frac{\hbar\,G}{c^3}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{t_p = \sqrt{\frac{\hbar\,G}{c^5}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{m_p = \sqrt{\frac{c\,\hbar}{G}}}}$$