La base de la Mécanique Quantique vue sous un angle différent

Introduction

L'idée est d'aborder les calculs et explications de base de la mécanique quantique sous une perspective différente. L'étude des phénomènes de la mécanique quantique en fonction de la relativité restreinte et du comportement ondulatoire en facilite la compréhension. Une approche sous cet angle moins habituel apporte un éclairage complémentaire aux comportements observés en physique quantique.

Le développement qui va suivre est basé sur la constatation suivante:

"À TOUTE ÉNERGIE EST ASSOCIÉE UNE FRÉQUENCE D'OSCILLATION ET UNE LONGUEUR D'ONDE".

C'est ce que les résultats expérimentaux nous manifestent.

Nous pouvons considérer un système fermé, isolé, non affecté par des sources extérieures, comme un oscillateur harmonique. La fréquence de l'oscillateur ne dépend que de la quantité d'énergie totale du système fermé (excluant l'énergie de liaison, nous y reviendrons). La longueur d'onde dépend de la vitesse de déplacement du système fermé. Selon le phénomène étudié, ces caractéristiques de fréquence et de longueur d'onde ont une grande influence sur le comportement du système (diffraction, interférence, effet doppler…). [1]

Le système peut être une particule de lumière ou de matière, ou un ensemble de particules aussi volumineux que nous le voudrions.

L'idée de départ est de prendre en compte le phénomène que "À TOUTE ÉNERGIE EST ASSOCIÉE UNE FRÉQUENCE D'OSCILLATION" dont l'équation est:

$$\boldsymbol{E = hf}$$

L'énergie est directement proportionnelle à la fréquence. La constante de Planck « h », ici, n'est qu'une constante de conversion afin de convertir les Hertz (cycle/seconde) en Joules. Le joule est une unité dérivée du Système international (SI) pour quantifier l'énergie, le travail et la quantité de chaleur.

Nous avons **E** (joule) **=** $\boldsymbol{h}\left(\frac{joule}{hertz}\right) * \boldsymbol{f}(hertz)$**.** Nous retrouvons couramment h en "J.s" plutôt que "J.s/cycle" où "/cycle", est sous-entendu.

1. Ultrafast Electron Diffraction: How It Works: https://www.youtube.com/watch?v=XVvhQIlCft8
2. How to demonstrate electron diffraction in the classroom: https://www.youtube.com/watch?v=IYnU4T3jbgA

Quelle que soit la nature de l'objet, de l'atome ou de la particule, le nombre de joules par cycle est toujours 6,6260700400E-34. La fréquence « énergétique » est donc l'énergie en joule divisée par h ($\boldsymbol{f = E/h}$).

Nous pourrions décréter que l'unité de mesure de l'énergie est le "Hze". Dans ce système d'unité « h » vaut 1. La formule de base devient:

$$\boldsymbol{E = f}$$

Dans le système d'unité proposé, **E** (Hze) **= f** (cycle/seconde) ou **E** (Hze) **= f** (Hz)**.**

1 Hze = 1 Hz. La conversion en joule ou en tout autre unité de mesure se fera seulement lorsque requise.

En retirant « h » des formules et en mettant de l'avant la fréquence ou la longueur d'onde, le phénomène ondulatoire associé à l'énergie est évident et n'est pas obscurci par la présence du « h ».

Table des matières

Énergie de masse

Dans un référentiel où le système isolé est immobile, la fréquence est:

$$\boldsymbol{f}\ (hertz) = \frac{\boldsymbol{E_{totale}}(joule)}{\boldsymbol{h}\ \left(\frac{joule}{hertz}\right)}$$

la valeur de l'énergie totale divisée par la constante de Planck. Aucune énergie cinétique en jeu, donc, que de la masse.

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{mc^2}\ (\text{énergie de masse})$$

L'unité de l'énergie est en joule, nous divisons par h pour l'avoir en Hze. L'équation devient:

$$\boldsymbol{E}\ =\ \boldsymbol{mc^2/h}$$ (hze) = (Kg).(m/s)^2/(Joule/Hertz)   1 joule = 1 kg m^2 s^{-2}

Pour bien identifier que l'objet est au repos, sans vitesse, nous allons ajouter l'indice "0"

$$\boldsymbol{E_0}\ =\ \boldsymbol{m_0c^2/h}\quad (hze)$$

De cette équation, nous avons la fréquence "énergétique" au repos, en fonction de l'énergie de masse:

$$\boldsymbol{E_0} = \boldsymbol{f_0}$$

$$\boldsymbol{f_0} = \frac{\boldsymbol{m_0\ c^2}}{\boldsymbol{h}}\qquad (Hertz) =\ (Kg).\left(\frac{m}{s}\right)^2 * \left(\frac{Hertz}{Joule}\right)$$

En isolant m_0, nous pouvons exprimer la masse comme suit:

$$\boldsymbol{m_0} = \frac{\boldsymbol{h\,f_0}}{\boldsymbol{c^2}}\qquad (Kg) = \left(\frac{joule}{Hz}\right).\left(Hz * \left(\frac{s}{m}\right)^2\right)$$

Selon la relativité, l'oscillateur se déplace à la vitesse **c** dans la dimension temporelle de l'espace-temps (au repos, aucun déplacement dans la dimension spatiale). Il en résulte une longueur d'onde $\boldsymbol{\lambda_0}$.

$$\frac{\boldsymbol{f_0}}{\boldsymbol{c}} = \frac{\boldsymbol{m_0\ c}}{\boldsymbol{h}}$$

$$\boldsymbol{\lambda_0}\quad = \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{m_0c}}$$

λ en mètre/cycle, souvent écrit (m); le "/cycle" est sous-entendu.

Si nous examinons attentivement la formule, $\boldsymbol{\lambda_0}$ est la longueur d'onde de Compton.

Le Varion

f_0 est l'énergie de masse pour les particules ou ensemble de particules possédant une masse.

Pour simplifier, je propose de nommer les particules ou ensemble de particules ayant une masse, un "**varion**". Une des caractéristiques de ces particules ou ensemble de particules est que leur vitesse peut différer d'un référentiel inertiel à l'autre. Les particules sans masse conservent la même vitesse quel que soit le référentiel inertiel.

Un "**varion**" peut être une particule ou un ensemble de particules. L'ensemble de particules doit être un système isolé pris comme un tout. Un électron est un varion, un camion de pompier est un varion. Nous pouvons mesurer une masse et une vitesse autant pour l'un que pour l'autre et la vitesse peut varier lors d'un changement de référentiel, d'où le terme varion.

L'énergie E exprimée en Hze

La démarche d'exprimer l'énergie en Hze a pour avantage d'uniformiser l'approche entre les varions et les photons. Par exemple:

$$\boldsymbol{E = f}$$

L'expression Hze incorpore en elle-même la notion de longueur d'onde. Pour les petites dimensions, la longueur d'onde est à prendre en considération dans le comportement des systèmes (particules, atomes, molécules…).

La notion de Hze rappelle que la mesure de l'énergie est affectée par la dilatation du temps, comme l'est la mesure de la fréquence. L'approche présentée tient compte des effets relativistes.

Les unités Joules, eV sont d'usage pratique, mais "passe sous le tapis", si je puis dire, ces notions très importantes.

L'emploi du Hze comme unité de mesure de l'énergie implique l'usage de nombres à plusieurs chiffres, mais avec un ordinateur, son emploi n'est pas une contrainte si lourde. Ce document inclut dans les démonstrations les formules avec les constantes préprogrammées, structurées pour être « copier-coller » dans un tableur ou autres outils de calcul. Pour des calculs de précision nous suggérons le service de calculatrice en ligne https://keisan.casio.com/calculator.

Nous ne savons pas vraiment ce qu'est cette fréquence que j'ai qualifiée de "fréquence énergétique", mais elle a des effets mesurables. Par exemple, dans le phénomène des franges d'interférence à 2 fentes, le comportement défie ce que nous connaissons par rapport aux ondes, mais il existe une réalité physique régie par cette fréquence d'où découle un comportement ondulatoire. [1, 2, 3]

En résumé

- À TOUTE ÉNERGIE EST ASSOCIÉE UNE FRÉQUENCE D'OSCILLATION

- À TOUT « SYSTÈME ISOLÉ » EST ASSOCIÉ UNE FRÉQUENCE D'OSCILLATION QUI EST DÉTERMINÉE PAR SA MASSE

- À TOUT DÉPLACEMENT DE l' « OSCILLATEUR » EST ASSOCIÉ UNE LONGUEUR D'ONDE QUI EST FONCTION DE LA VITESSE DE DÉPLACEMENT ET DE LA FRÉQUENCE DE L'OSCILLATEUR

- CETTE LONGUEUR D'ONDE ET CETTE FRÉQUENCE A UN IMPACT SUR LE COMPORTEMENT DU SYSTÈME. CET IMPACT EST IMPORTANT QUAND LES DIMENSIONS EN JEU SONT DE L'ORDRE DE LA LONGUEUR D'ONDE

---

1. S8-3 Experience à photons uniques (II): https://vimeo.com/240028106 (comportement identique pour les varions)
2. The Quantum Experiment that Broke Reality | Space Time | PBS Digital Studios: https://www.youtube.com/watch?v=p-MNSLsjjdo&t=698s
3. Le Transport d'électron en Physique Quantique: https://www.youtube.com/watch?v=ndv39VMWneA&t=3710s

La Mécanique Quantique et la Relativité

La mécanique quantique est assujettie aux effets de la relativité. La théorie de la relativité est donc essentielle pour appréhender plusieurs phénomènes en mécanique quantique. [1]

La relativité, par la quadri-quantité de mouvement P et la relation Planck-Einstein, lie l'énergie, le mouvement, la longueur d'onde, la fréquence et l'énergie cinétique.

Formules en jeu

$\boldsymbol{E = f}$ (Hze) = (Hz)

$\boldsymbol{E = hf}$ (Joule) = (J/Hz).(Hz) = (j.s/cycle).(cycle/s)

$\boldsymbol{m_0 = hf_0/c^2}$ (kg) = (J/Hz).(Hz)/ $(m/s)^2$

$\boldsymbol{m_0c^2 = hf_0}$

$\boldsymbol{m_0c = hf_0\ /c}$

$\boldsymbol{f_0 = m_0c^2/h}$ (Hz) = (kg).$(m/s)^2$/(Joule/Hertz) 1 joule = 1 kg $m^2\ s^{-2}$

$\boldsymbol{\lambda_0 = h/m_0c}$ (m/cycle)

$\boldsymbol{tanh\ (\theta) = v\ /c}$

$\boldsymbol{\theta = atanh\ (v\ /c)}$

$$\boldsymbol{cosh\ (\theta) = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(\frac{t}{\tau}\right)} \qquad \boldsymbol{\left(\frac{t}{\tau}\right)\ \textit{est la dilation temporelle}\ t \geq \tau}$$

Nous allons analyser les phénomènes comme si nous étions dans un laboratoire avec une particule se déplaçant à la vitesse v dans ce laboratoire, donc une vitesse v selon le référentiel du laboratoire. Remarque : les formules élaborées vont fonctionner avec tout varion quelle que soit sa dimension.

Dans un premier temps, nous nous mettons dans le référentiel de la particule. Elle a une vitesse nulle dans ce référentiel, elle est au repos.

La fréquence $\mathbf{f_0}$ est un invariant relativiste, tout comme $\boldsymbol{\lambda_0}$ évidemment. Nous allons examiner le quadrivecteur Energie-Impulsion pour déduire le comportement énergétique de la particule.

1: Pour vous familiariser avec la relativité et mon approche, je vous suggère de consulter préalablement mon document sur la relativité restreinte. J'aborde celle-ci par l'entremise de la trigonométrie hyperbolique et de représentations graphiques:
https://lienphysiquescience.files.wordpress.com/2020/07/introduction-relativite-restreinte-rm-2020072100.pdf

La quadri-quantité de mouvement (quadrivecteur Énergie-Impulsion)

$\underline{P} = m_0\,\underline{v}$

La quadri-quantité de mouvement est la masse multipliée par la quadri-vitesse. m0 ≡ masse au repos, immobile.

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} \gamma_p\, m_0\, c \\ \gamma_p\, m_0\, v_x \\ \gamma_p\, m_0\, v_y \\ \gamma_p\, m_0\, v_z \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\, c \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\, v_x \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\, v_y \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\, v_z \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\, c \\ \sinh(\theta)_p\ m_0\, c \end{pmatrix}$$

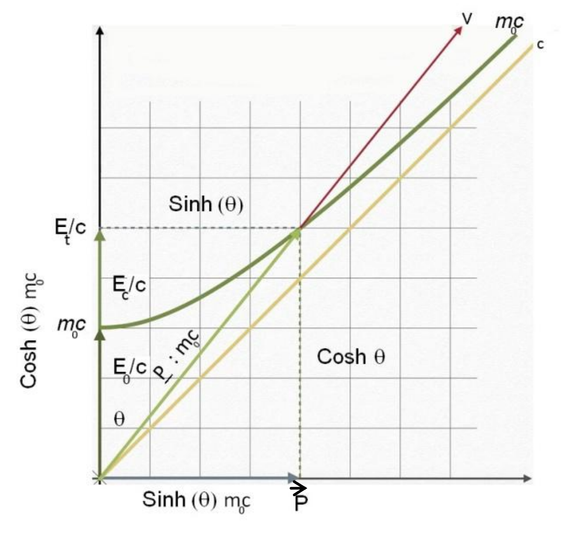
$\underline{P}.\underline{P} = m_0^2 c^2 = \| \underline{P} \|^2$

$\| \underline{P} \| = m_0 c$

Lorsque v = 0, $\underline{P} = \cosh(\theta)\, m_0\, c \Rightarrow \underline{P} = m_0\, c$

$m_0 c$ est la grandeur invariante de la quadri-quantité de mouvement

Énergie-impulsion d'une particule

	$E_t/c = \cosh(\theta)\, m_0 c \quad E_t = \cosh(\theta)\, m_0 c^2$ $E_0/c = \cosh(\theta)\, m_0 c$ E_0 particule immobile $\cosh(\theta) = 1$ pour une particule immobile $E_0/c = m_0 c$ **Énergie au repos** $\boxed{\mathbf{E_0 = m_0 c^2}}$ Appelée énergie de masse $\vec{P} = \sinh(\theta)\, m_0 c$ $\sinh(\theta)\, c = \gamma_p\, \beta_p\, c$ $= \gamma_p\, \vec{v}_p / c * c$ $= \gamma_p\, \vec{v}_p$ $= \cosh(\theta)\, \vec{v}$ $\vec{P} = \gamma_p\, m_0\, \vec{v}$ $\boldsymbol{\vec{P} = \cosh(\theta)\, m_0 \vec{v}}$
$E_{total} = E_0 + E_c$ $E_t = \cosh(\theta)\, m_0 c^2$ $E_0 + E_c = \cosh(\theta)\, m_0 c^2$ $E_c = \cosh(\theta)\, m_0 c^2 - m_0 c^2$ $\mathbf{E_c = m_0 c^2 (\cosh(\theta) - 1)}$ **Énergie cinétique**	$m_0^2 c^2 = (E_t/c)^2 - P^2$ $(E_t/c)^2 = m_0^2 c^2 + P^2$ $\mathbf{E_t^2 = m_0^2 c^4 + P^2 c^2}$ $\mathbf{E_t^2 = c^2 (m_0^2 c^2 + P^2)}$

$$\mathbf{(\cosh(\theta)\, m_0\, c)^2 = (m_0\, c)^2 + (\sinh(\theta)\, m_0\, c)^2}$$

L'impulsion est due au déplacement de la particule dans la dimension spatiale. Si on fournit de l'énergie à la particule, on augmente sa quadri-quantité de mouvement. Cet apport accroît l'énergie cinétique.

Pour la suite, nous reprenons le même graphique, mais nous remplaçons **m_0c** par son équivalent en fréquence; **$h\, f_0/c$** pour un système de mesure de l'énergie en joule, et **f_0/c** pour un système de mesure de l'énergie en hze.

Quadrivecteur en joule

JOULE Nous prenons le quadrivecteur de départ et nous remplaçons $\mathbf{m_0}$ par $\mathbf{hf_0/c^2}$

$$\mathbf{E = h\,f}\ \textbf{(joule)} \qquad \mathbf{\underline{P} = m\,\underline{V}} \qquad \mathbf{m_0 = h\,f_0\,/c^2} \qquad \boldsymbol{\theta} = \textbf{atanh}\ (\vec{\mathbf{v}}/\mathbf{c})$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \sinh(\theta)_p\ m_0\,c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \sinh(\theta)_p\ m_0\,c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ m_0\,c \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_x \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_y \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ m_0\,c \\ \gamma_p\ m_0\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

Remplaçons "m_0" par son équivalent "$h\,f_0\,/c^2$"

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \sinh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \sinh(\theta)_p\ hf_0/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

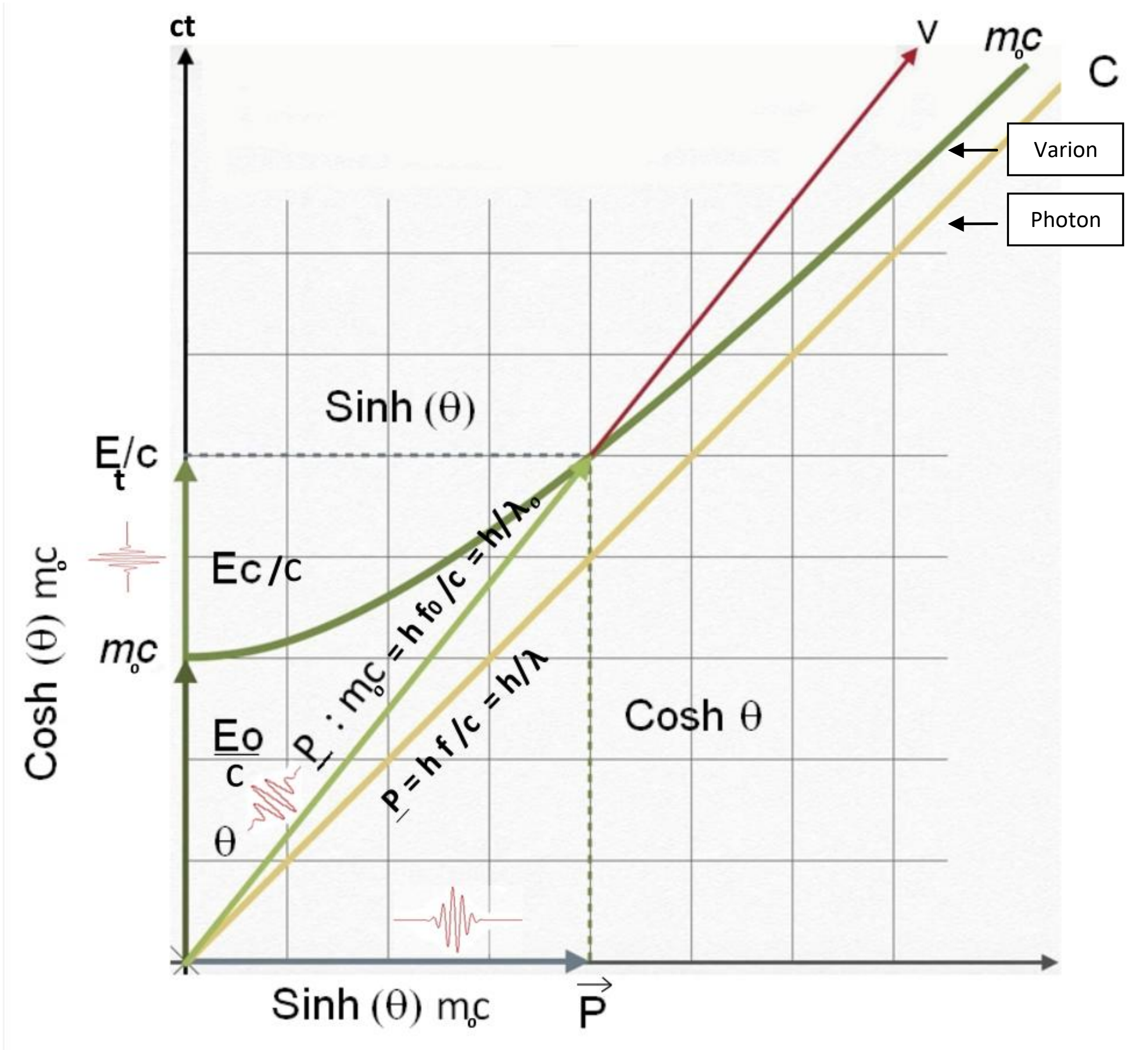
$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \sinh(\theta)_p\ hf_0/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ \ hf_0/c \\ \gamma_p\ \ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \gamma_p\ \ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \gamma_p\ \ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ \ hf_0/c \\ \gamma_p\ \ hf_0/c^2\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} E_{totale}\,/c \\ \vec{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c\ \ \mathbf{v}_x/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c\ \ \mathbf{v}_y/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c\ \ \mathbf{v}_z/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c\ \vec{\mathbf{v}}/c \end{bmatrix}$$

E en joule $\vec{P}$ en joule/(m/s) $\mathbf{f_0} = m_0c^2/h$ $\mathbf{m_0} = h\, f_0/ c^2$ $\mathbf{m_0}\, c = h\, f_0/c$ $\boldsymbol{\theta} =$ atanh (v/c)

$\mathbf{E_0 / c} = m_0\, c = h\, f_0 /c = h/\lambda_0$

$\mathbf{E_t / c} = \mathbf{hf_t / c} = \cosh(\theta)_p\, m_0\, c = \cosh(\theta)_p\, hf_0/c$ $\mathbf{f_t / f_0} = \cosh(\theta)_p = \gamma_p = \mathbf{t / \tau} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$



$\vec{P} = \sinh(\theta)_p\ \ m_0\, c\ \ = \sinh(\theta)_p\, hf_0/c$

$\vec{P} = \cosh(\theta)_p\ \ m_0\, \vec{v}\ = m_r\ \vec{v}$ ($m_r \equiv$ masse relativiste $= \gamma_p\ \ m_0$)

$\vec{P} = \cosh(\theta)_p\ \ hf_0/c\ \ \vec{v}/c$

$\vec{P} = h\, f_t /c\ \ \vec{v}/c\ \ = E_t /c\ \ \vec{v}/c\ \ =\ \ h/\ \lambda t\ \ \vec{v}/c$

$\vec{P} = h/\vec{\lambda}_{db}$ $\vec{\lambda}_{db} = h/\vec{P}\ \ = h\, c / \sinh(\theta)_p\ \ hf_0$ ($\lambda_{db} \equiv$ longueur de « de Broglie »)

$E_{\text{cinétique}} = E_t - E_0\ =\ hf_c\ = hf_t - hf_0\ =\ \cosh(\theta)\, hf_0 - hf_0\ =\ hf_0\, ((\cosh(\theta)) -1)\ = hf_0*((\cosh(\text{atanh}(v/c)))-1)$

$E_{\text{cinétique}} = hf_0\, ((\cosh(\text{atanh}(v/c)))-1)$

$E_{\text{cinétique}} = m_0\, c^2\, ((\cosh(\text{atanh}(v/c)))-1)$

Nous voyons ici, clairement, l'impact de la dilatation du temps sur les fréquences et les longueurs d'onde, donc sur l'énergie et la quantité de mouvement.

Remplaçons la fréquence par son équivalent en longueur d'onde : $f/c = 1/\lambda$

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} E_{totale}/c \\ \vec{P} \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\, hf_0/c \\ \cosh(\theta)_p\, hf_0/c\ \vec{\mathbf{v}}/c \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\, h/\lambda_0 \\ \cosh(\theta)_p\, h/\lambda_0\ \vec{\mathbf{v}}/c \end{pmatrix}$$

$\cosh(\theta)_p\, h/\lambda_0 = h/\lambda_t$ $\lambda_t \equiv$ Longueur d'onde dans la dimension temporelle de l'espace-temps

$\cosh(\theta)_p\, h/\lambda_0\ \vec{\mathbf{v}}/c = h/\lambda_{db}$ $\lambda_{db} \equiv$ Longueur d'onde dans la dimension spatiale de l'espace-temps

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} h/\lambda_t \\ h/\lambda_t\ \vec{\mathbf{v}}/c \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} h/\lambda_t \\ h/\vec{\lambda}_{db} \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\, h/\lambda_0 \\ \sinh(\theta)_p\, h/\vec{\lambda}_0 \end{pmatrix}$$

$\vec{\mathbf{P}} = h/\lambda_{db}$ $\lambda_{db} = h/\vec{\mathbf{P}} = h/\mathbf{m_r}\,\vec{\mathbf{v}} = h/\gamma\,\mathbf{m_0}\,\vec{\mathbf{v}}$

λ_{db} **est la longueur d'onde de de Broglie**

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} E_{totale}/c \\ \vec{P} \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} \cosh(\theta)_p\, hf_0/c \\ \sinh(\theta)_p\, h\vec{f}_0/c \end{pmatrix}$$

$$\frac{\vec{\mathbf{P}}}{E_{totale}/c} = \frac{\sinh(\theta)_p\, h\vec{f}_0/c}{\cosh(\theta)_p\, hf_0/c} = \tanh(\theta)_p = \frac{\vec{v}}{c}$$

<u>Quadrivecteur pour le photon.</u> Le photon ne change pas de vitesse par changement de référentiel, cosh et sinh sont requis que pour les cas où la vitesse est changeante, donc ils ne s'appliquent pas pour les particules de masse nulle. Nous les retirons des formules. De plus, il n'y a pas de fréquence au repos évidemment.

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} E_{totale}/c \\ \vec{P} \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} hf/c \\ h\vec{f}/c \end{pmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{pmatrix} h/\lambda \\ h/\vec{\lambda} \end{pmatrix}$$

Équations de la mécanique quantique. Relations entre les différentes variables (E en joule)

$\underline{\boldsymbol{P}} = \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{c}} = m_0 c = \frac{hf_0}{c} = \frac{h}{\lambda_0}$ (invariant relativiste)

$$\boldsymbol{f_0} = \frac{m_0 c^2}{h} \qquad \boldsymbol{\lambda_0} = \frac{h}{m_0 c} = \frac{c}{f_0} \qquad \boldsymbol{m_0} = \frac{h\, f_0}{c^2}$$

$$\boldsymbol{E_0} = m_0 c^2 = h\, f_0 = \frac{h\, c}{\lambda_0}$$

$$\boldsymbol{\theta} = atanh(\frac{v}{c})$$

$$\frac{\boldsymbol{E_{totale}}}{\boldsymbol{c}} = \frac{hf_{totale}}{c} = cosh(\theta)_p\, m_0 c = cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c} = \gamma_p \frac{hf_0}{c}$$

$$\frac{\boldsymbol{hf_{totale}}}{\boldsymbol{c}} = cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c} => \frac{f_{totale}}{f_0} = cosh(\theta)_p = \gamma_p = \frac{\boldsymbol{t}}{\boldsymbol{\tau}}$$

Remarque : La fréquence énergétique f_{totale}, donc $\mathbf{E}_{\text{totale}}$ est fonction de la dilatation du temps

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \sinh(\theta)_p\, m_0 c = \sinh(\theta)_p \frac{hf_0}{c}$$

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \cosh(\theta)_p\, m_0 \vec{v} = \gamma_p\, m_0 \vec{v} = m_r \vec{v} \qquad m_r \equiv masse\ relativiste$$

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c^2} \vec{v} = \gamma_p \frac{hf_0}{c^2} \vec{v} = \cosh(\theta)_p\, hf_0 \frac{\vec{v}}{c^2} = \cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c} \frac{\vec{v}}{c} = \cosh(\theta)_p \frac{h}{\lambda_0} \frac{\vec{v}}{c}$$

$$\frac{hf_t}{c} = \cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c}\ \ et\ \ \vec{\boldsymbol{P}} = \cosh(\theta)_p \frac{hf_0}{c} \frac{\vec{v}}{c} => \vec{\boldsymbol{P}} = \frac{hf_t}{c} \frac{\vec{v}}{c} = hf_t \frac{\vec{v}}{c^2} = E_t \vec{v}/c^2$$

$$\vec{\boldsymbol{P}} = \frac{h}{\lambda_{db}} = \frac{\cosh(\theta)_p\, hf_0 \vec{v}}{c^2} => \lambda_{\text{db}} = \frac{\text{h c}^2}{\cosh(\theta)_\text{p} \text{hf}_0 \vec{\text{v}}} = \frac{\text{c}^2}{\cosh(\theta)_\text{p}\ \text{f}_0\ \vec{\text{v}}} = \frac{\lambda_0}{\cosh(\theta)_\text{p}} \frac{c}{\vec{v}}$$

$$\frac{h^2 f_0^2}{c^2} = \cosh^2(\theta) \left(\frac{h^2 f_0^2}{c^2}\right) - \sinh^2(\theta x) \left(\frac{h^2 f_0^2}{c^2}\right) - \sinh^2(\theta y) \left(\frac{h^2 f_0^2}{c^2}\right) - \sinh^2(\theta z) \left(\frac{h^2 f_0^2}{c^2}\right)$$

$$f_0^2 = cosh^2\, (\theta)\, (f_0^2) - sinh^2\, (\theta x)\, (f_0^2) - sinh^2\, (\theta y)\, (f_0^2) - sinh^2\, (\theta z)\, (f_0^2)$$

$$\boldsymbol{f_0^2 = cosh^2\, (\theta)\, (f_0^2) - sinh^2\, (\theta)\, (f_0^2)}$$

Énergie (Joule)

$$\frac{\boldsymbol{E_{totale}}}{\boldsymbol{c}} = \frac{\boldsymbol{E_{cinétique}}}{\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{c}}$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \mathbf{E_t - E_0} = \mathbf{h\,f_c} = \mathbf{h\,f_t - h\,f_0} = (\mathbf{cosh(\theta)_p\,h\,f_0}) - \mathbf{h\,f_0} = \mathbf{h\,f_0}\,((\mathbf{cosh(\theta)_p}) - \mathbf{1})$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \mathbf{h\,f_0}\left(\left(\mathbf{cosh}\left[\mathbf{atanh}\left(\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{c}}\right)\right]_{\mathbf{p}}\right) - \mathbf{1}\right)$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \mathbf{m_0\,c^2}\left(\left(\mathbf{cosh}\left[\mathbf{atanh}\left(\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{c}}\right)\right]_{\mathbf{p}}\right) - \mathbf{1}\right)$$

E*cinétique* = *(hf0)*((cosh(atanh(v/2,9979245800E+08)))-1)*

E*cinétique* = *(m0)*(8,98755178737E16)*((cosh(atanh(v/2,9979245800E+08)))-1)*

Autres formes équivalentes

$$\boldsymbol{E_{cinétique}} = \boldsymbol{h\,f_0}\,\left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{c^2}}\right)}} - \mathbf{1}\right)$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique}} = \boldsymbol{m_0 c^2}\,\left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{v^2}}{\boldsymbol{c^2}}\right)}} - \mathbf{1}\right)$$

E*cinétique* = *hf0* *(γ -1)* = *(hf0)*((1/((1-((v/2,9979245800E+08)^2))^0,5))-1)*

E*cinétique* = *m0 c²* *(γ -1)* = *(m0*8,98755178737E16)*((1/((1-((v/2,9979245800E+08)^2))^0,5))-1)*

Quadrivecteur en Hze

Énergie : JOULE versus HZE

$\mathbf{E = h\,f}$ **(joule)** $\quad \underline{\mathbf{P}} = \mathbf{m}\,\underline{\mathbf{V}} \quad \mathbf{E_0 = m_0c^2} \quad \mathbf{m_0 = h\,f_0/c^2} \quad \boldsymbol{\theta} = \mathbf{atanh}\,(\vec{\mathbf{v}}/\mathbf{c})$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \sinh(\theta)_p\ m_0\,c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \cosh(\theta)_p\ m_0\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ m_0\,c \\ \sinh(\theta)_p\ m_0\,c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ m_0\,c \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_x \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_y \\ \gamma_p\ m_0\,\mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ m_0\,c \\ \gamma_p\ m_0\,\vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

Remplaçons "$\mathbf{m_0}$" par son équivalent "$\mathbf{h\,f_0/c^2}$"

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \sinh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ c \\ \cosh(\theta)_p\ hf_0/c^2\ \vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\textbf{Divisons par h pour obtenir les valeurs de E en Hze: E = f (Hze)} \Rightarrow \mathbf{m_0/h = f_0/c^2}}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \sinh(\theta)_p\ f_0/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c^2\ \vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \sinh(\theta)_p\ f_0/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ f_0/c \\ \gamma_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_x \\ \gamma_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_y \\ \gamma_p\ f_0/c^2\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \gamma_p\ f_0/c \\ \gamma_p\ f_0/c^2\ \vec{\mathbf{v}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{totale}/c \\ \vec{\mathbf{P}} \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c\ \ \mathbf{v}_x/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c\ \ \mathbf{v}_y/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c\ \ \mathbf{v}_z/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p\ f_0/c \\ \cosh(\theta)_p\ f_0/c\ \ \vec{\mathbf{v}}/c \end{bmatrix}$$

L'invariant $\underline{\mathbf{P}}$ qui est égal à $\mathbf{m_0c}$ devient $\mathbf{f_0/c}$ pour le système de mesure en Hze.

$\underline{\mathbf{P}} = \mathbf{f_0/c = 1\,/\lambda_0}$

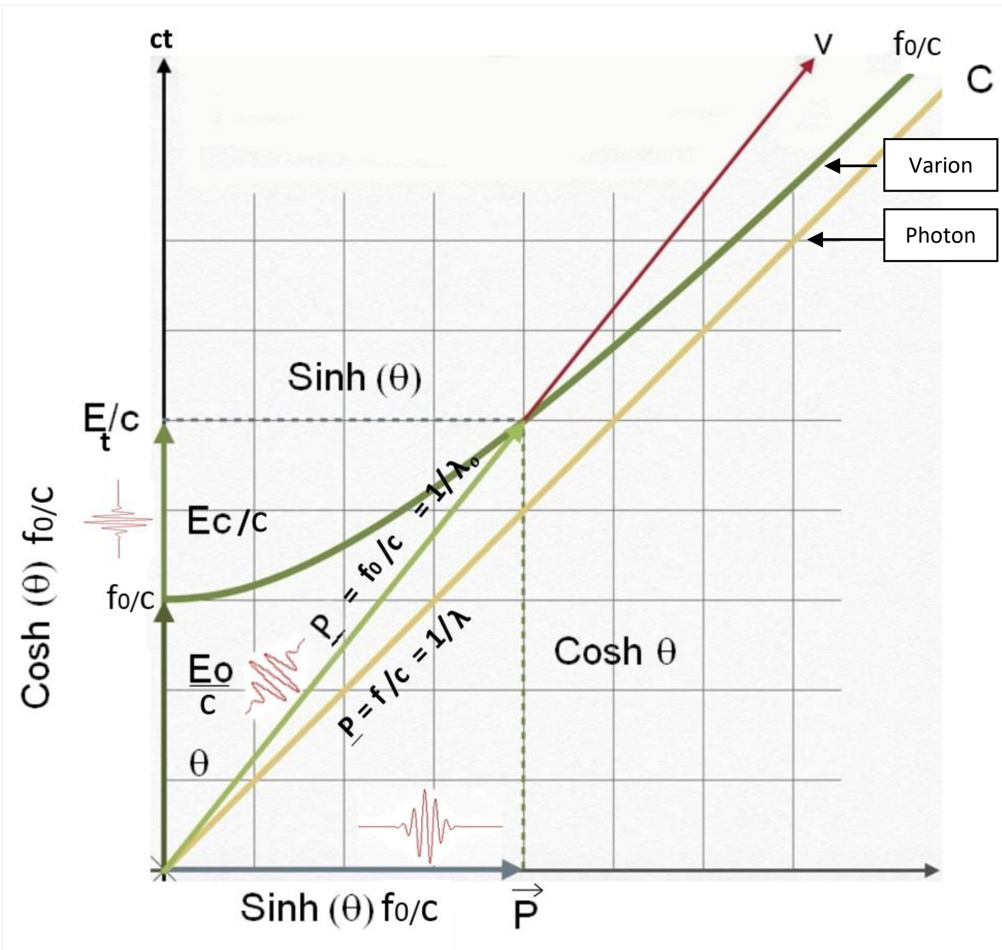
E en Hze $\vec{P}$ en Hze/(m/s) $\mathbf{f_0} = m_0 c^2/h$ $\mathbf{m_0} = h\, f_0/c^2$ $\boldsymbol{\theta} =$ atanh (v/c)

$\mathbf{E_0 / c} = f_0/c = 1 / \lambda_0$

$\mathbf{E_0} = f_0 = c / \lambda_0$

$\mathbf{E_t / c} = \mathbf{f_t / c} = \cosh(\theta)_p\, f_0/c$ $\boldsymbol{\theta} = \mathrm{acosh}(f_t/f_0)$

$\mathbf{E_t} = \mathbf{f_t} = \cosh(\theta)_p\, f_0 = \mathbf{t/\tau}\ \mathbf{f_0}$ $\mathbf{f_t / f_0} = \cosh(\theta)_p = \gamma_p = \mathbf{t / \tau} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$



$\vec{P} = \sinh(\theta)_p\ f_0/c$ $\vec{P} = \sinh(\mathrm{atanh}(v/c))*f_0/c$

$\vec{P} = \cosh(\theta)_p\ f_0/c\ \vec{v}/c$ $= \sinh(\theta)\, m_0 c/h$ $\vec{P} = \sinh(\mathrm{atanh}(v/c))*m_0*c/h$

$\vec{P} = f_t/c\ \vec{v}/c = f_t\ \vec{v}/c^2 = E_t\ \mathbf{v}/c^2$

$\vec{P} = 1/\vec{\lambda}_{db}$ $\vec{\lambda}_{db} = c/\sinh(\theta)_p\ f_0$ $\vec{\lambda}_{db} = (c)/((\sinh(\mathrm{atanh}(v/c)))*(f_0))$

$E_{cinétique} = m_0 c^2/h\,([\cosh[\theta)]-1)$ $= (\gamma - 1)\, m_0 c^2/h$ $E_c = m_0*c^2/h*((\cosh(\mathrm{atanh}(v/c)))-1)$

$E_{cinétique} = E_t - E_0 = f_c = f_t - f_0 = \cosh(\theta)\, f_0 - f_0 = f_0\,(\cosh(\theta) - 1)$ $E_c = f_0*((\cosh(\mathrm{atanh}(v/c)))-1)$

$\boldsymbol{E_{cinétique}} = f_c = f_0\left(\frac{t}{\tau} - 1\right)$ $\boldsymbol{\theta} = \mathrm{acosh}\,((f_c/f_0)+1)$

Nous constatons facilement qu'une augmentation de vitesse se répercute par une augmentation de fréquence (diminution de la longueur d'onde).

Énergie = Hz nombre de cycles / seconde **Impulsion = 1/λ nombre de cycles / mètre**

Remplaçons la fréquence par son équivalent en longueur d'onde : $f/c = 1/\lambda$

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} E_{totale}/c \\ \vec{P} \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p \, f_0/c \\ \cosh(\theta)_p \, f_0/c \; \vec{v}/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cosh(\theta)_p \, 1/\lambda_0 \\ \cosh(\theta)_p \, 1/\lambda_0 \; \vec{\mathbf{v}}/\mathbf{c} \end{bmatrix}$$

$\cosh(\theta)_p \, 1/\lambda_0 = 1/\lambda_t$: Longueur d'onde dans la dimension temporelle de l'espace-temps

$\cosh(\theta)_p \, 1/\lambda_0 \; \vec{\mathbf{v}}/c = 1/\lambda_{db}$: Longueur d'onde dans la dimension spatiale de l'espace-temps

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 1/\lambda_t \\ 1/\lambda_t \; \vec{\mathbf{v}}/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} 1/\lambda_t \\ 1/\vec{\lambda}_{db} \end{bmatrix}$$

$\vec{\mathbf{P}} = 1/\vec{\lambda}_{db}$ $\qquad$ $\vec{\lambda}_{db} = 1/\vec{\mathbf{P}}$

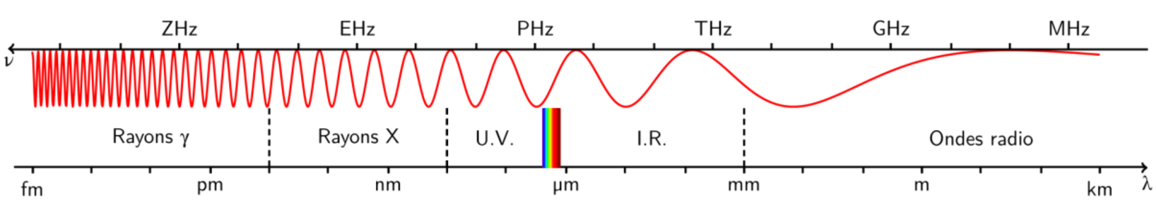
λ_0, la longueur d'onde de Compton
λ_{db} est la longueur d'onde de de Broglie

<u>Quadrivecteur pour le photon</u>

Le photon ne change pas de vitesse par changement de référentiel, cosh et sinh sont requis que pour les cas où la vitesse est changeante, donc ils ne s'appliquent pas pour les particules de masse nulle. Nous les retirons des formules. De plus, il n'y a pas de fréquence au repos évidemment.

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} E_{totale}/c \\ \vec{P} \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} f/c \\ f/c \end{bmatrix} \qquad \underline{P} = \begin{bmatrix} 1/\lambda \\ 1/\lambda \end{bmatrix}$$

Spectre électromagnétique Par Benjamin ABEL — Travail personnel, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=22016632



Équations de la mécanique quantique. Relations entre les différentes variables (E en Hze)

(Division par h appliquée)

$\underline{P} = \frac{E_0}{c} = \frac{f_0}{c} = \frac{1}{\lambda_0}$	(invariant relativiste)

$$f_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f_0} \qquad f_0 = m_0 c^2/h$$

$$E_0 = f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$$

$$\theta = atanh(\frac{v}{c})$$

$$\frac{E_{totale}}{c} = \frac{f_{totale}}{c} = cosh(\theta)_p \frac{f_0}{c} = \gamma_p \frac{f_0}{c}$$

$$E_{totale} = f_{totale} = cosh(\theta)_p f_0 = \gamma_p f_0$$

$$f_{totale} = cosh(\theta)_p f_0 \Rightarrow \frac{f_{totale}}{f_0} = cosh(\theta)_p = \gamma_p = \frac{t}{\tau}$$

Remarque : La fréquence énergétique f_{totale}, donc E_{totale} est fonction de la dilatation du temps

$$\vec{P} = \sinh(\theta)_p \frac{f_0}{c}$$

$$\vec{P} = \cosh(\theta)_p \frac{f_0}{c^2} \vec{v} = \gamma_p \frac{f_0}{c^2} \vec{v} = \cosh(\theta)_p \frac{f_0}{c} \frac{\vec{v}}{c} = \cosh(\theta)_p \frac{1}{\lambda_0} \frac{\vec{v}}{c}$$

$$\frac{f_t}{c} = \cosh(\theta)_p \frac{f_0}{c} \quad et \quad \vec{P} = \cosh(\theta)_p \frac{f_0}{c} \frac{\vec{v}}{c} \Rightarrow \vec{P} = \frac{f_t}{c} \frac{\vec{v}}{c} = f_t \frac{\vec{v}}{c^2} = E_t \frac{\vec{v}}{c^2}$$

$$\vec{P} = \frac{1}{\lambda_{db}} = \frac{\cosh(\theta)_p f_0 \vec{v}}{c^2} \Rightarrow \lambda_{db} = \frac{c^2}{\cosh(\theta)_p f_0 \vec{v}} = \frac{c\ c}{\cosh(\theta)_p f_0 \vec{v}} = \frac{\lambda_0}{\cosh(\theta)_p} \frac{c}{\vec{v}}$$

$$\lambda_{db} = \frac{c^2/\vec{v}}{\cosh(\theta)_p\ f_0} = \frac{c^2/\vec{v}}{f_t}$$

$$f_0^2 = cosh^2(\theta)(f_0^2) - sinh^2(\theta)(f_0^2)$$

$$\boxed{f_t^2 = sinh^2(\theta) f_0^2 + f_0^2}$$

Énergie (Hze)

$$\frac{\boldsymbol{E_{totale}}}{\boldsymbol{c}} = \frac{\boldsymbol{E_{cinétique}}}{\boldsymbol{c}} + \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{c}}$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \mathrm{E_t} - \mathrm{E_0} = \mathrm{f_c} = \mathrm{f_t} - \mathrm{f_0} = \left(\cosh(\theta)_p\ \mathrm{f_0}\right) - \mathrm{f_0} = \mathrm{f_0}\left(\left[\cosh(\theta)_p\right] - 1\right)$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \mathrm{f_0}\left(\left(\cosh\left[\operatorname{atanh}\left(\frac{v}{c}\right)\right]_p\right) - 1\right)$$

$$\mathbf{E_{cinétique}} = \left(\frac{m\,c^2}{h}\right)\left(\left(\cosh\left[\operatorname{atanh}\left(\frac{v}{c}\right)\right]_p\right) - 1\right)$$

***E**cinétique* = *(f0)*((cosh(atanh(v/2,9979245800E+08)))-1)*

***E**cinétique* = *(m0)*(1,35639248965E+50)*((cosh(atanh(v/2,9979245800E+08)))-1)*

Autres formes équivalentes

***E**cinétique* = f_0 $(\gamma\ -1)$ = *(f0)*((1/((1-((v/2,9979245800E+08)^2))^0,5))-1)*

***E**cinétique* = $m_0\, c^2/h$ $(\gamma\ -1)$ = *(m0*1,35639248965E+50)*((1/((1-((v/2,9979245800E+08)^2))^0,5))-1)*

$$\mathbf{1}\ \boldsymbol{Hze} = \mathbf{1}\ \boldsymbol{Hz}$$

$$E_0\ Hze = f_0\ Hz \qquad E_t\ Hze = f_t\ Hz \qquad E_c\ \ Hze = f_c\ \ Hz$$

$$\left(\frac{E_t}{f_0}\right) = cosh(\theta) \ \ => \ \ \boxed{\boldsymbol{\theta = acosh\left(\frac{f_t}{f_0}\right)}}$$

$$\boldsymbol{f_c = f_t - f_0} \quad => \quad \boldsymbol{f_t = f_c + f_0}$$

$$\boldsymbol{\theta = acosh\left(\frac{f_t}{f_0}\right) \ = \ acosh\,(\frac{f_c + f_0}{f_0})}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\theta = acosh\left(\frac{f_c}{f_0} + 1\right)}}$$

$$\frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{c}} = tanh(\theta)$$

$$\boldsymbol{v} = c * \ tanh(\theta)$$

$$\boxed{\boldsymbol{v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_c}{f_0} + 1\right)\right)}}$$

***v** = (2,9979245800E+08)*(tanh(acosh((f_c/f_0)+1)))*

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{db}} = \left(\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{sinh(\theta)\,f_0}}\right) \ = \ \frac{\lambda_0}{sinh(\theta)} \quad => sinh(\theta) = \frac{\lambda_0}{\lambda_{db}} \quad => \ \boldsymbol{\theta = asinh}\ (\frac{\boldsymbol{\lambda_0}}{\boldsymbol{\lambda_{db}}})}$$

Fréquence propre f_0 de l'électron

Fréquence énergétique de l'électron au repos

(Tableau des constantes : annexe 2)

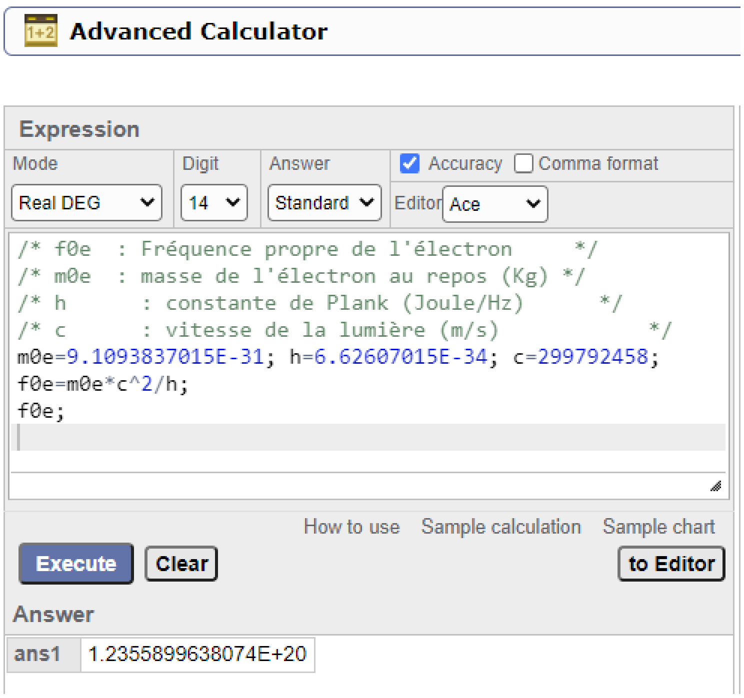
$$\boldsymbol{f_0 = \frac{m_0\, c^2}{h}}$$

$$f_{0e} = \frac{(9{,}1093837015 * 10^{-31}\mathrm{kg}) * \left(2{,}99792458 * 10^{+8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{6{,}62607015 * 10^{-34}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{Hz}}}$$

f_{0e} = (9,1093837015E-31(299792458^2))/6,62607015E-34*

$$\boldsymbol{f_{0e} = 1{,}23558996381\mathrm{E}+20\ \mathrm{Hz}}$$

Exemple de programmation de calculs compatible au site:
https://keisan.casio.com/calculator



Source (pour copier-coller) :

```
/* f0e   : fréquence propre de l'électron      */
/* m0e  : masse de l'électron au repos (kg)   */
/* h       : constante de Planck (Joule/Hz)      */
/* c       : vitesse de la lumière (m/s)           */
m0e=9.1093837015E-31; h=6.62607015E-34; c=299792458;
f0e=m0e*c^2/h;
f0e;
```

Longueur d'onde propre $\boldsymbol{\lambda}_0$ de l'électron

Longueur d'onde de l'électron au repos, longueur d'onde de Compton

$$\boldsymbol{\lambda_{0e} = \frac{c}{f_{0e}}}$$

$$\lambda_{0e} = \frac{2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}23558996381\text{E} + 20\ \text{Hz}}$$

λ_{0e} = 299792458/1,23558996381E+20

$$\boldsymbol{\lambda_{0e} = 2,42631023868\mathbf{E} - 12\ \mathbf{m/cycle}}$$

Fréquence propre f_0 et longueur d'onde propre λ_0 du proton

$$f_{0p} = \frac{(1{,}67262192369\text{E} - 27\ \text{kg}) * \left(2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}62607015\text{E} - 34\,\frac{\text{j}}{\text{Hz}}}$$

f_{0p} = (1,67262192369E-27(299792458^2))/6,62607015E-34*

$$\boldsymbol{f_{0p} = 2,26873181532\mathbf{E} + 23\ \mathbf{Hz}}$$

$$\lambda_{0p} = \frac{2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\mathbf{2,26873181532E + 23}\ \text{Hz}}$$

λ_{0p} = 299792458/2,26873181532E+23

$$\boldsymbol{\lambda_{0p} = 1,32140985539\mathbf{E} - 15\ \mathbf{m/cycle}}$$

Fréquence propre f_0 du neutron

Fréquence énergétique du neutron au repos

$$f_{0n} = \frac{(1{,}67492749804\text{E} - 27\ \text{kg}) * \left(2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}62607015\text{E} - 34\,\frac{\text{j}}{\text{Hz}}}$$

f_{0n} = ((1,67492749804E-27)(299792458^2))/(6,62607015E-34)*

$$\boldsymbol{f_{0n} = 2,27185907905\mathbf{E} + 23\ \mathbf{Hz}}$$

Longueur d'onde propre $\boldsymbol{\lambda}_0$ du neutron

Longueur d'onde du neutron au repos, longueur d'onde de Compton

$$\boldsymbol{\lambda_{0n} = \frac{c}{f_{0n}}}$$

$$\lambda_{0n} = \frac{2{,}9979245800\mathrm{E}+08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2{,}27185907905\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

λ_{0n} = (299792458)/(2,27185907905E+23)

$$\boldsymbol{\lambda_{0n} = 1{,}31959090581\mathrm{E}-15\ \mathrm{m/cycle}}$$

Fréquence propre f_0 et longueur d'onde propre λ_0 du deutéron

(Noyau atomique composé d'un proton et d'un neutron liés ensemble)

E_{0d} = 1875,61 MeV

$$f_{0d} = \left(2{,}41798924200\mathrm{E}+14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}\right) * (1875{,}61\mathrm{E}+06\ \mathrm{eV})$$

f_{0d} = (2,41798924200E+14)(1875,61E+06)*

$$\boldsymbol{f_{0d} = 4{,}53520480219\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

$$\lambda_{0d} = \frac{2{,}9979245800\mathrm{E}+08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}53520480219\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

λ_{0d} = 299792458/4,53520480219E+23

$$\boldsymbol{\lambda_{0d} = 6{,}61034001938\mathrm{E}-16\ \mathrm{m/cycle}}$$

Exercice 1[1] : Proton de 2 GeV - Vitesse – Quantité de mouvement – $E_{cinétique}$ - E_{totale}

Pour un proton doté d'une énergie cinétique de 2 GeV, calculer sa vitesse, son énergie totale et sa quantité de mouvement.

Solution :

Fréquence propre f_0 du proton

$$\boldsymbol{f_{0p} = 2,26873181532\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz}}$$

Énergie cinétique, fréquence cinétique

$E_{cinétique}$ = 2 GeV

k constante pour transformer les unités eV en Hz

$$k = 2{,}41798924200E + 14\ \mathrm{Hz/eV}$$

$$\boldsymbol{f_{cinétique}\ (\mathrm{en\ Hz}) = (\mathrm{E_{cinétique}\ eV}) * (\mathrm{k}\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}})}$$

$$f_{cinétique} = (2\mathrm{E} + 09\ \mathrm{eV}) * (2{,}41798924200\mathrm{E} + 14\ \mathrm{Hz/eV})$$

$f_{cinétique}$ = (2E+09)(2,41798924200E+14)*

$$\boldsymbol{f_{cinétique} = 4,83597848400\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz}}$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique} = 4,83597848400\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hze}}$$

Vitesse

$$\boldsymbol{v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_{cinétique}}{f_0} + 1\right)\right)}$$

v = (2,9979245800E+08)(tanh(acosh((4,83597848400E+23/2,26873181532E+23)+1)))*

***v* = 2,84096615483E+08 m/s**

Rapport de v/c

v/c =2,84096615483E+08/2,9979245800E+08

***v/c* = 0,947644304924**

---

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 71, Exemple 2.13)

Énergie totale du proton

$$\boldsymbol{E_t = f_t = f_c + f_0}$$

$$f_t = 4{,}83597848400\text{E} + 23\ \text{Hz} +\ 2{,}26873181532\text{E} + 23\ \text{Hz}$$

f_t = (4,83597848400E+23)+(2,26873181532E+23)

f_t = 7,10471029932E+23 Hz

$$\boldsymbol{E_t\ (en\ eV) =\ k'\ \left(\frac{eV}{Hz}\right) *\ f_t\ \ (Hz)}$$

k' constante pour transformer les unités Hz en eV

$$k' = 4{,}135667696E - 15\ \text{eV/Hz}$$

$$E_t\ (en\ eV) =\ 4{,}135667696\text{E} - 15\frac{\text{eV}}{\text{Hz}}\ *\ 7{,}10471029932\text{E} + 23\ \text{Hz}$$

E_t (en eV) = (4,135667696E-15)(7,10471029932E+23)*

E_t *(en Ev)* = 2,93827208743E+09 eV

E_t = 2,938 GeV

θ paramètre angulaire de vitesse

$\boldsymbol{f_{cin\text{é}tique} = f_0(cosh(\theta) - 1)}$, ce qui implique que

$$\boldsymbol{\theta = acosh(\left(\frac{f_{cin\text{é}tique}}{f_0}\right) + 1)}$$

$$\theta = \text{acosh}(\left(\frac{4{,}83597848400\text{E} + 23\ \text{Hz}}{2{,}26873181532\text{E} + 23\ \text{Hz}}\right) + 1)$$

θ = acosh((4,83597848400E+23/2,26873181532E+23)+1)

$$\boldsymbol{\theta = 1{,}80815757635}$$

ou

$$\boldsymbol{\theta = atanh\ (\frac{v}{c})}$$

θ = atanh(0,947644304924)

$$\boldsymbol{\theta = 1{,}80815757633}$$

Quantité de mouvement

$$\boldsymbol{p = \frac{sinh(\theta)\, f_0}{c}}$$

$$p = \frac{(\sinh(1{,}80815757634)) * (2{,}26873181532\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz})}{2{,}9979245800\mathrm{E} + 08\ \mathrm{m/s}}$$

p = ((sinh(1,80815757634))(2,26873181532E+23))/(2,9979245800E+08)*

p **= 2,24579974365E+15 Hze.s/m**

Exprimer P en eV.s/m

p (unité eV) = (2,24579974365E+15 Hze.s/m)* (4,13566769600E-15 eV/Hz)

p (unité eV) = (2,24579974365E+15)(4,13566769600E-15)*

p (unité eV) **= 9,28788145150 eV.s/m**

Exprimer P en GeV/c

Le but est d'exprimer « p » sous la forme d'une énergie divisée par « c »

$$p = \frac{E\ (GeV)}{c}$$

Cette énergie est égale à p*c

$$\boldsymbol{p\, c = E\ (GeV)}$$

p c = (9,28788145150 eV.s/m) * (2,9979245800E+08 m/s)

p c = (9,28788145150)(2,9979245800E+08)*

p c = 2,78443680996E+09 eV

p c = 2,78 GeV

$$p = \frac{2{,}78\ \mathrm{GeV}}{\mathrm{c}}$$

$\boxed{\boldsymbol{p = 2{,}78\ \mathrm{GeV/c}}}$

Méthode standard

$E_{0\ proton} = 0{,}938\ \text{GeV}$

L'énergie totale

$\boldsymbol{E_t = E_c + E_0}$

$E_t = 2\ \text{GeV} + 0{,}938\ \text{GeV}$

$\boldsymbol{E_t = 2\ ,938\ \textbf{GeV}}$

La quantité de mouvement

$\boldsymbol{p^2c^2 = E_t^2 - E_0^2}$

$p^2c^2 = (2{,}938\ \text{Gev})^2 - (0{,}938\ \text{GeV})^2$

$p\ c = \sqrt{(2{,}938\ \text{Gev})^2 - (0{,}938\ \text{GeV})^2}$

p c = ((2,938^2) - (0,938^2))^0,5

***p c* = 2,78424136885 GeV**

$p = \frac{2{,}78424136885\ \text{GeV}}{\text{c}}$

$$\boxed{\boldsymbol{p = 2,78424136885\frac{\textbf{GeV}}{\textbf{c}}}}$$

$p = \frac{2{,}78424136885\ \text{GeV}}{2{,}99792458000\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}$

p = (2,78424136885/2,99792458000E+08)

p = 9,28722953014E-09 GeV/m/s

***p* = 9,28722953014 eV.s/m**

Exercice 2 [1] : Électron de 1 GeV - Vitesse – λ_{db}

Les grands accélérateurs dont on dispose à l'heure actuelle sont capables de communiquer aux particules des énergies considérables. Par exemple, on obtient couramment des faisceaux d'électrons dont l'énergie dépasse 1 GeV = 1E9 eV, alors que la masse au repos de l'électron est équivalente à $m_{0e} c^2$ = 0,5E6 eV environ. Calculer la longueur d'onde de l'électron, la fréquence cinétique et sa vitesse pour une énergie totale de 1GeV.

Méthode 1:

$$f_{total} = (1\mathrm{E}+09\ \mathrm{eV}) * \left(2{,}41798924200\mathrm{E}+14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}\right)$$

f_t = (1E+09)(2,41798924200E+14)*

$$\boldsymbol{f_{total} = 2{,}41798924200\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

$$f_{0e} = (0{,}5\mathrm{E}+06\ \mathrm{eV}) * \left(2{,}41798924200\mathrm{E}+14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}\right)$$

f_{0e} = (0,5E+06)(2,41798924200E+14)*

$$\boldsymbol{f_{0e} = 1{,}20899462100\mathrm{E}+20\ \mathrm{Hz}}$$

$$\boldsymbol{f_t = cosh(\theta)\, f_0}$$

Donc

$$\boldsymbol{\theta = acosh\,(\frac{f_t}{f_0})}$$

$$\theta = \mathrm{acosh}\,(\frac{2{,}41798924200\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}{1{,}20899462100\mathrm{E}+20\ \mathrm{Hz}})$$

θ = acosh(2,41798924200E+23/1,20899462100E+20)

$$\boldsymbol{\theta = 8{,}2940495776}$$

$$\boldsymbol{f_c = f_t - f_0}$$

$f_{c\,e}$ = (2,41798924200E+23) - (1,20899462100E+20)

$$\boldsymbol{f_{c\,e} = 2{,}41678024738\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

1. Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Frank Laloë, *Mécanique quantique Tome 1* (EDP Science, Paris, 2018), "*Complément chapitre 1*", page 38

$$\boldsymbol{\lambda_{db}} = \left(\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{sinh}(\boldsymbol{\theta})\,\boldsymbol{f_0}}\right)$$

$$\lambda_{db} = \left(\frac{\left(2{,}9979245800\mathrm{E}+08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{(\sinh(8{,}2940495776) * (1{,}20899462100\mathrm{E}+20\ \mathrm{Hz})}\right)$$

λ_{db} = 2,9979245800E+08/((sinh(8,2940495776))(1,20899462100E+20))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 1{,}23984213936\mathrm{E}-15\ \mathrm{m}}$$

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{c} * \boldsymbol{tanh}(\boldsymbol{\theta})$$

v = (2,9979245800E+08)(tanh(8,2940495776))*

v = **2,99792420526E+08 m/s**

v/c = 2,99792420526E+08/2,99792458000E+08

99,9999875 % de c

Méthode 2 (méthode 1 fusionnée en une opération):

$$\boldsymbol{\lambda_{db}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\left(\boldsymbol{sinh}\left(\boldsymbol{acosh}\left(\frac{\boldsymbol{f_t}}{\boldsymbol{f_0}}\right)\right)\right) * \boldsymbol{f_0}}$$

λ_{db} = (c)/((sinh(acosh(f_t/f_0)))*(f_0))

λ_{db} = (2,9979245800E+08)/((sinh(acosh(2,41798924200E+23 /1,20899462100E+20)))(1,20899462100E+20))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 1{,}23984213936\mathrm{E}-15\ \mathrm{m}}$$

Méthode 3:

$$\boldsymbol{\lambda_{db}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\left(\boldsymbol{sinh}\left(\boldsymbol{acosh}\left(\frac{\boldsymbol{f_c}}{\boldsymbol{f_0}} + \mathbf{1}\right)\right)\right) * \boldsymbol{f_0}}$$

λ_{db} = (c)/((sinh(acosh((f_c/f_0)+1)))*(f_0))

λ_{db} = (2,9979245800E+08)/((sinh(acosh((2,41678024738E+23/1,20899462100E+20)+1)))(1,20899462100E+20))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 1{,}23984213936\mathrm{E}-15\ \mathrm{m}}$$

Exercice 3 : Masse de 100kg - Vitesse 50km/h – $E_{cinétique}$ - f_0 - λ_{db}

Une masse de 100kg se déplace à 50km/h. Trouver l'énergie cinétique en joules, la fréquence énergétique au repos et la longueur d'onde de de Broglie.

<u>vitesse en mètre/s</u>

$$v = \frac{50E3\ m}{3600\ secondes}$$

v = 50E3/3600

v = 1,38888888889E+01 m/s

<u>Méthode 1</u>

$$E_{cinétique} = (m_0 c^2) * \left(\left(cosh\left(atanh\left(\frac{v}{c}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$E_{cinétique} = \left(100\ \mathrm{kg} * (2{,}9979245800\mathrm{E}+08)^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right) * \left(\left(\cosh\left(\operatorname{atanh}\left(\frac{1{,}38888888889\mathrm{E}+01\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2{,}9979245800\mathrm{E}+08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}\right)\right)\right) - 1\right)$$

***E**$_{cinétique}$* *= (100)*((2,9979245800E+08)^2)*((cosh(atanh(1,38888888889E+01/2,9979245800E+08)))-1)*

Lorsque la vitesse est très petite devant c, il est judicieux et parfois nécessaire de prendre une calculatrice de haute précision.

Valeur obtenue par « Excel »

$E_{cinétique}$ = 9978,18 joules

Valeur obtenue par « Keisan Online Calculator »

$E_{cinétique}$ = 9645,06 joules

Fréquence énergétique au repos

$$\boldsymbol{f_0} = \frac{\boldsymbol{m_0\, c^2}}{\boldsymbol{h}}$$

$$f_{0n} = \frac{(100\text{ kg}) * \left(2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}62607015\text{E} - 34\,\frac{\text{j}}{\text{Hz}}}$$

f_0 = ((100)((2,9979245800E+08)^2))/(6,62607015E-34)*

f_0 = 1,35639248965E+52 Hz

Longueur d'onde de de Broglie

$$\boldsymbol{\lambda_{db}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{sinh\left(atanh\left(\frac{v}{c}\right)\right) f_0}}$$

λ_{db} = (c)/((sinh(atanh(v/c)))*(f₀))

λ_{db} = (2,9979245800E+08)/((sinh(atanh(1,38888888889E+01/2,9979245800E8)))(1,35639248965E+52))*

λ_{db} = 4,770770508E-37 m

Beaucoup plus petit que la taille d'un atome qui est de l'ordre de 10^{-15} m

Méthode 2

$$\boldsymbol{f_c} = \boldsymbol{f_0}\left(\left(\boldsymbol{cosh}\left(\boldsymbol{atanh}\left(\frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{c}}\right)\right)\right) - \mathbf{1}\right)$$

$E_{c\,(en\,joule)}$ = f_0*((cosh(atanh(v/c)))-1)*h

E_c = (1,35639248965E+52)((cosh(atanh(1,38888888889E+01/2,9979245800E+08)))-1)*(6,62607015E-34)*

$E_{cinétique}$ = 9645,06 joules

Méthode 3 (classique)

$$\boldsymbol{E_{cinétique} = E_{totale} - E_0}$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique} = m_0 c^2 \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} - m_0 c^2}$$

$$E_{cinétique} = m_0 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - m_0 c^2$$

Dans les limites des vitesses non relativistes: v << c [1]

On obtient en première approximation, par le développement limité :

$$E_{cinétique} = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \cdots\right) - m_0 c^2$$

On néglige les termes en $\left(\frac{v}{c}\right)^4$ et plus élevé

$$E_{cinétique} = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 c^2 \left(\frac{v^2}{c^2}\right) - m_0 c^2$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_{cinétique} = \frac{1}{2} m_0 v^2}}$$

$$E_{cinétique} = \frac{1}{2} 100\ \mathrm{kg} * (13{,}88)^2 \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

$E_{cinétique}$ = (100((1,38888888889E+01)^2))/2*

$E_{cinétique}$ = 9645,06 joules

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 64)

Exercice 4 : Dilatation temporelle - t/τ, Vitesse – $E_{cinétique}$ - λ_{db}

Trouver la vitesse, l'énergie cinétique et la longueur d'onde de de Broglie.

a) **Pour un proton sous l'effet d'une dilatation temporelle « t/τ » de 3,131577849503509998672.**
b) **Pour un proton sous l'effet d'une dilatation temporelle « t/τ » de 1,0000000000000001073158.**
c) **Pour une masse de 100kg sous l'effet d'une dilatation temporelle « t/τ » de 1,0000000000000001073158.**

a) Un proton et « t/τ » de 3,131577849503509998672

Fréquence énergétique au repos

$$\boldsymbol{f_0 = \frac{m_0\, c^2}{h}}$$

$$f_{0n} = \frac{(1{,}67262192369\text{E} - 27\text{ kg}) * \left(2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6{,}62607015\text{E} - 34\,\frac{\text{j}}{\text{Hz}}}$$

f_0 = ((1,67262192369E-27)((2,9979245800E+08)^2))/(6,62607015E-34)*

f_0 = 2,26873181532E+23 Hz

Vitesse

En partant de

$$\boldsymbol{\frac{t}{\tau} = \frac{f_t}{f_0}}$$

et de

$$\boldsymbol{v = \mathbf{c} * \mathbf{tanh}\left(\mathbf{acosh}\left(\frac{f_t}{f_0}\right)\right)}$$

alors

$$\boldsymbol{v = \mathbf{c} * \mathbf{tanh}\left(\mathbf{acosh}\left(\frac{\mathbf{t}}{\boldsymbol{\tau}}\right)\right)}$$

$$v = (2{,}99792458000E + 08) * tanh\big(acosh(3{,}131577849503509998672)\big)$$

$$\boldsymbol{v = 2{,}84096615483\mathbf{E} + 08\ \mathbf{m/s}}$$

Énergie cinétique

$$f_c = f_0\left(\frac{t}{\tau} - 1\right)$$

fc = (2,26873181532E+23)(3,13157784950350999 8672-1)*

$f_c =$ **4,83597848400E+23 Hz**

$$E_c = 4,83597848400E + 23\ Hz * 4,135667696E - 15\,\frac{eV}{Hz}$$

Ec = (4,83597848400E+23)(4,135667696E-15)*

$E_c =$ **2 GeV**

NOUS RETROUVONS LE PROTON DANS LES CONDITIONS DE L'EXERCICE 1. UN PROTON AYANT UNE ÉNERGIE CINÉTIQUE DE 2 GeV DONT LA VITESSE EST 2,84096615483E+08 m/s.

La longueur d'onde de de Broglie

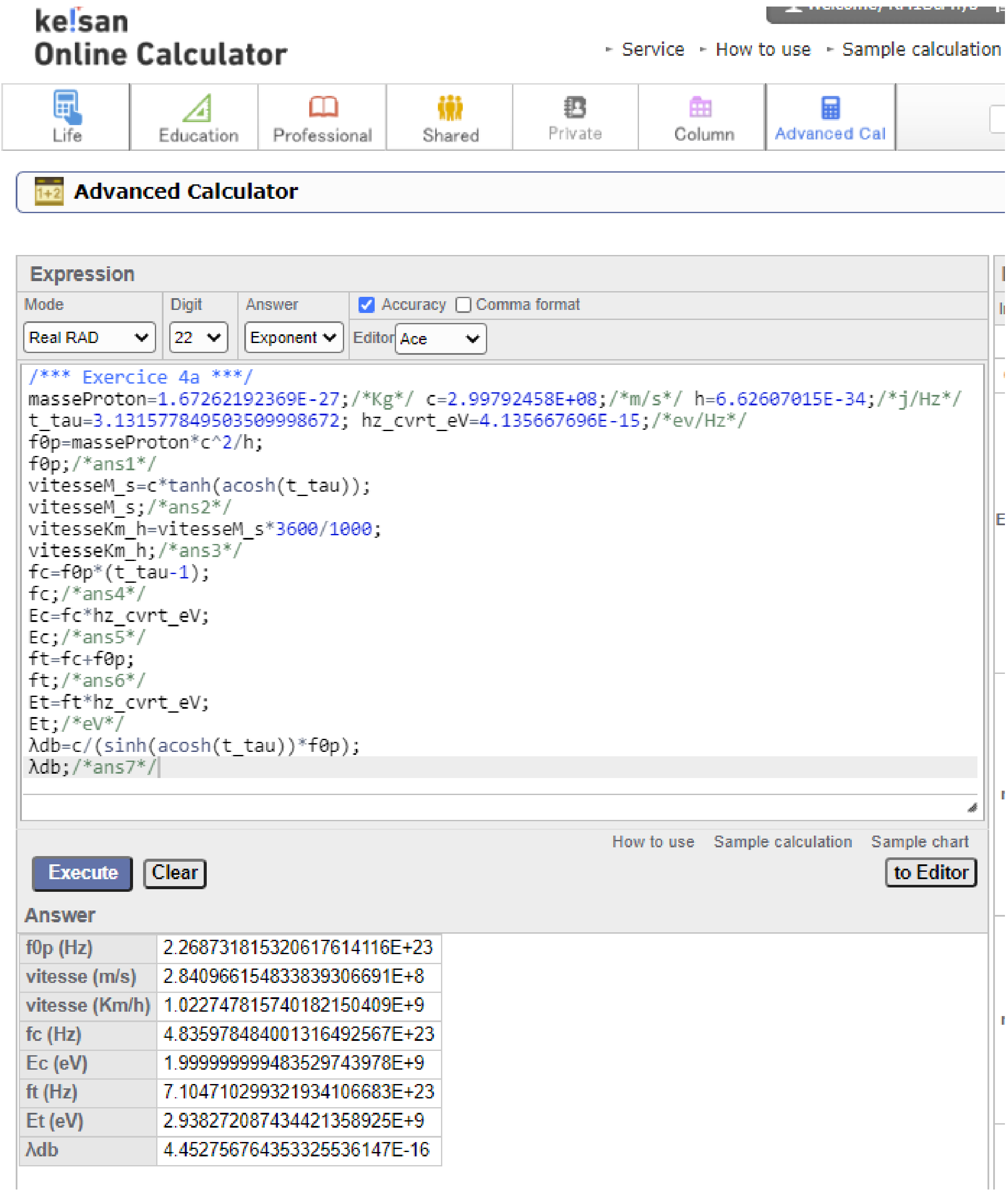
$$\lambda_{db} = \frac{c}{sinh\left(acosh\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)f_0}$$

λ_{db} *=2,99792458000E+08/((sinh(acosh(3,13157784950350999 8672)))*2,26873181532E+23)*

$\lambda_{db} =$ $4,45275676435E - 16$ **m**

Pour une valeur de « t/τ » très très peu supérieure à 1, il faut faire appel à un ordinateur de précision.

Exemple de programmation à partir de l'exercice a)




```
/*** Exercice 4a ***/
masseProton=1.67262192369E-27;/*Kg*/ c=2.99792458E+08;/*m/s*/ h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
t_tau=3.13157784950350998672; hz_cvrt_eV=4.135667696E-15;/*ev/Hz*/
f0p=masseProton*c^2/h;
f0p;/*ans1*/
vitesseM_s=c*tanh(acosh(t_tau));
vitesseM_s;/*ans2*/
vitesseKm_h=vitesseM_s*3600/1000;
vitesseKm_h;/*ans3*/
fc=f0p*(t_tau-1);
fc;/*ans4*/
Ec=fc*hz_cvrt_eV;
Ec;/*ans5*/
ft=fc+f0p;
ft;/*ans6*/
Et=ft*hz_cvrt_eV;
Et;/*eV*/
λdb=c/(sinh(acosh(t_tau))*f0p);
λdb;/*ans7*/
```


Answer

f0p (Hz)	2.268731815320617614116E+23
vitesse (m/s)	2.840966154833839306691E+8
vitesse (Km/h)	1.022747815740182150409E+9
fc (Hz)	4.835978484001316492567E+23
Ec (eV)	1.999999999483529743978E+9
ft (Hz)	7.104710299321934106683E+23
Et (eV)	2.938272087434421358925E+9
λdb	4.452756764353325536147E-16

b) Un proton et « t/τ » de 1,0000000000000001073158

Expression

Mode: Real RAD | Digit: 22 | Answer: Exponent | ☑ Accuracy ☐ Comma format | Editor: Ace

```
/*** Exercice 4b ***/
masseProton=1.67262192369E-27;/*Kg*/ c=2.99792458E+08;/*m/s*/ h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
t_tau=1.0000000000000001073158; hz_cvrt_eV=4.135667696E-15;/*ev/Hz*/
f0p=masseProton*c^2/h;
f0p;/*ans1*/
vitesseM_s=c*tanh(acosh(t_tau));
vitesseM_s;/*ans2*/
vitesseKm_h=vitesseM_s*3600/1000;
vitesseKm_h;/*ans3*/
fc=f0p*(t_tau-1);
fc;/*ans4*/
Ec=fc*hz_cvrt_eV;
Ec;/*ans5*/
ft=fc+f0p;
ft;/*ans6*/
Et=ft*hz_cvrt_eV;
Et;/*eV*/
λdb=c/(sinh(acosh(t_tau))*f0p);
λdb;/*ans7*/
```

How to use Sample calculation Sample chart

Execute Clear to Editor

Answer

f0p (Hz)	2.268731815320617614116E+23
vitesse (m/s)	1.38888898771848874668E+1
vitesse (Km/h)	5.000000355786559488049E+1
fc (Hz)	2.434707697465843357529E+8
Ec (eV)	1.006914197361202943713E-6
ft (Hz)	2.268731815320620048823E+23
Et (eV)	9.382720879508926218608E+8
λdb	2.852270498762766343659E-8

$$f_{o\,p} = 2,26873181532\text{E} + 23 \text{ Hz}$$

$$v \quad = 1,38888898772\text{E} + 1 \text{ m/s}$$

$$v \quad = 50 \text{ Km/h}$$

$$Ec \quad = 1\text{E} - 6 \text{ eV}$$

$$\lambda_{db} = 2,85227049876\text{E} - 8 \text{ m}$$

c) Une masse de 100 kg et « t/τ » de 1,0000000000000001073158

Expression

Mode: Real RAD | Digit: 22 | Answer: Exponent | Accuracy | Comma format | Editor: Ace

```
/*** Exercice 4c ***/
masse=100;/*Kg*/ c=2.99792458E+08;/*m/s*/ h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
t_tau=1.0000000000000001073158;
f0=masse*c^2/h;
f0;/*ans1*/
vitesseM_s=c*tanh(acosh(t_tau));
vitesseM_s;/*ans2*/
vitesseKm_h=vitesseM_s*3600/1000;
vitesseKm_h;/*ans3*/
fc=f0*(t_tau-1);
fc;/*ans4*/
Ec=fc*h;
Ec;/*ans5*/
ft=fc+f0;
ft;/*ans6*/
Et=ft*h;
Et;/*ans7*/
λdb=c/(sinh(acosh(t_tau))*f0);
λdb;/*ans8*/
```

How to use | Sample calculation | Sample chart

Execute | Clear | to Editor

Answer

f0 (Hz)	1.356392489652132101258E+52
vitesse (m/s)	1.388888987718488746668E+1
vitesse (Km/h)	5.000000355786559488049E+1
fc (Hz)	1.455623451410102781521E+37
Ec (joule)	9.645063101028457449 07E+3
ft (Hz)	1.356392489652133556881E+52
Et (joule)	8.987551787368186045063E+18
λdb	4.770770168524814006677E-37

$$f_{o\,p} = 1,35639248965\text{E} + 52 \text{ Hz}$$

$$v = 1,38888898772\text{E} + 1 \text{ m/s}$$

$$v = 50 \text{ Km/h}$$

$$Ec = 9645,06 \text{ Joules}$$

$$\lambda_{db} = 4,77077016853\text{E} - 37 \text{ m}$$

Loi de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement

Le résultat d'une désintégration dérive des lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Pour un système fermé :

- La somme des quadri-quantités de mouvement après la désintégration égale à la somme des quadri-quantités de mouvement avant la désintégration.
- La somme des quantités de mouvement $\vec{P}$ des particules après la désintégration égale à la somme des quantités de mouvement $\vec{P}$ des particules avant la désintégration, ceci selon chacun des axes (x, y, et z).

$$\Sigma \underline{P} \quad avant \quad = \quad \Sigma \underline{P} \quad après$$

$$\Sigma P_x \quad avant \quad = \quad \Sigma P_x \quad après$$
$$\Sigma P_y \quad avant \quad = \quad \Sigma y \quad après$$
$$\Sigma P_z \quad avant \quad = \quad \Sigma P_z \quad après$$

De plus $E_0^2/c^2 = \frac{E_t^2}{c^2} - P^2$

$$E_t^2/c^2 = E_0^2/c^2 + P^2$$

$$\cosh^2(\theta)\left(\frac{f_0^2}{c^2}\right) = \frac{f_0^2}{c^2} + \sinh^2(\theta)\frac{f_0^2}{c^2}$$

$$\boldsymbol{\cosh^2(\theta)\, f_0^2 = f_0^2 + \sinh^2(\theta)\, f_0^2}$$

Désintégration d'une particule en deux particules

$$cosh(\theta_1)\left(\frac{f_{01}}{c}\right) = cosh(\theta'_2)\left(\frac{f_{02}}{c}\right) + cosh(\theta'_3)\left(\frac{f_{03}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1x})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) = sinh(\theta'_{2x})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) + sinh(\theta'_{3x})\left(\frac{f_{03}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1y})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) = sinh(\theta'_{2y})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) + sinh(\theta'_{3y})\left(\frac{f_{03}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1z})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) = sinh(\theta'_{2z})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) + sinh(\theta'_{3z})\left(\frac{f_{03}}{c}\right)$$

Note : le caractère « ' » est ajouté pour indiquer que c'est après la désintégration

Désintégration d'une particule en deux particules
(Simplification en multipliant les équations par c)

$$cosh(\theta_1)\, f_{01} \;=\; cosh(\theta_2')\, f_{02} \;+ cosh(\theta_3')\, f_{03}$$

$$sinh(\theta_{1x})\, f_{01} \;=\; sinh(\theta'_{2x})\, f_{02} \;+ sinh(\theta'_{3x})\, f_{03}$$

$$sinh\big(\theta_{1y}\big)\, f_{01} \;=\; sinh\big(\theta'_{2y}\big)\, f_{02} \;+ sinh\big(\theta'_{3y}\big)\, f_{03}$$

$$sinh(\theta_{1z})\, f_{01} \;=\; sinh(\theta'_{2z})\, f_{02} \;+ sinh(\theta'_{3z})\, f_{03}$$

Désintégration d'une particule en deux particules

$$f_{t\,1} \;=\; f'_{t\,2} \;+ f'_{t\,3}$$

$$\vec{P}_{1\,x}\; c \;=\; \vec{P}'_{2\,x}\, c \;\; + \vec{P}'_{3\,x}\, c$$

$$\vec{P}_{1\,y}\; c \;=\; \vec{P}'_{2\,y}\, c \;\; + \vec{P}'_{3\,y}\, c$$

$$\vec{P}_{1\,z}\; c \;=\; \vec{P}'_{2\,z}\, c \;\; + \vec{P}'_{3\,z}\, c$$

La somme des énergies totales (f_t) après la désintégration égale à la somme des énergies totales avant la désintégration. Il y a conservation de l'énergie totale.

Exercice 5[1] : Désintégration d'une particule sigma $\sum^{+}$

Une particule sigma chargée positivement, produite dans une expérience de physique des particules, se désintègre très rapidement pour donner un neutron « **n** » et un pion chargé positivement « $\boldsymbol{\pi^{+}}$ ». On observe que le neutron et le pion se déplacent dans la même direction que le $\boldsymbol{\sum^{+}}$, avec des quantités de mouvement de 4702 MeV/c et 169 MeV/c respectivement. Quelles sont l'énergie cinétique et la masse du $\sum^{+}$?
La réaction s'écrit

$\boldsymbol{\sum^{+} \rightarrow n + \pi^{+}}$

<u>Les énergies des masses (au repos) des produits de la désintégration</u>

$$\mathrm{E}_{0\ \mathrm{neutron}} = 940\mathrm{MeV}$$

$$f_{0\ n} = (940\mathrm{MeV}) * (2{,}41798924200\mathrm{E} + 14\ \frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}})$$

$f_{0\ n}$ = *(940E+06)*(2,41798924200E+14)*

$\boxed{\boldsymbol{f_{0\ n}} \textbf{ = 2,27290988748E+23 Hz}}$

$$E_{\mathbf{0}\ \boldsymbol{\pi+}} = 140\ \mathrm{MeV}$$

$$f_{0\ \boldsymbol{\pi+}} = (140\mathrm{MeV}) * (2{,}41798924200\mathrm{E} + 14\ \frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}})$$

$f_{0\ \pi+}$ = *(140E+06)*(2,41798924200E+14)*

$\boxed{\boldsymbol{f_{0\ \pi+}} \textbf{ = 3,38518493880E+22 Hz}}$

<u>La loi de la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement nous servira pour trouver les valeurs recherchées</u>

$$\boldsymbol{f_{t\,\sum+} = f_{t\ n} + f_{t\ \pi+}}$$

$$\mathbf{sinh}\big(\boldsymbol{\theta_{\sum+\ x}}\big)\ \boldsymbol{f_{0\,\sum+}} = \mathbf{sinh}(\boldsymbol{\theta_{n\ x}})\ \boldsymbol{f_{0\ n}} + \mathbf{sinh}(\boldsymbol{\theta_{\pi+\ x}})\ \boldsymbol{f_{0\ \pi+}}$$

$$\vec{P} = \frac{\sinh(\theta) f_0}{c} \qquad => \vec{P}\ c = \sinh(\vec{\theta})\ f_0$$

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 74, Exemple 2.18)
(Correction: P = MeV/c m = MeV/c²)

$\vec{P}_{neutron}$ = 4702 MeV/c => $\vec{P}_n c$ = 4702 MeV = (4702 MeV)*(2,41798924200E+14 Hz/eV)

$P_n c$ = (4702E+06)(2,41798924200E+14)*

$\boxed{\boldsymbol{P_n c} = \mathbf{1{,}13693854159E{+}24\ Hze}}$

$\vec{P}_{\pi+}$ = 169 MeV/c => $\vec{P}_{\pi+} c$ = 169 MeV = (169 MeV)*(2,41798924200E+14 Hz/eV)

$P_{\pi+} c$ = (169E+06)(2,41798924200E+14)*

$\boxed{\boldsymbol{P_{\pi+} c} = \mathbf{4{,}08640181898E{+}22\ Hze}}$

$$\boldsymbol{sinh(\theta_{\Sigma+\,x})\, f_{0\,\Sigma+} = P_n\, c + P_{\pi+}\, c}$$

$$sinh(\theta_{\Sigma+\,x})\, f_{0\,\Sigma+} = (1{,}13693854159\mathrm{E} + 24\ \mathrm{Hze}) + (4{,}08640181898\mathrm{E} + 22\ \mathrm{Hze}\ )$$

$sinh(\theta_{\Sigma+\,x})\, f_{0\,\Sigma+}$ *= (1,13693854159E+24) + (4,08640181898E+22)*

$$\boxed{\boldsymbol{sinh(\theta_{\Sigma+\,x})\, f_{0\,\Sigma+} = 1{,}17780255978\mathrm{E} + 24\ \mathrm{Hz}}}$$

$$\boldsymbol{f_t^2 = (sinh(\theta)\, f_0)^2 + f_0^2}$$

$$f_{t\,neutron}^2 = (1{,}13693854159\mathrm{E} + 24\ \mathrm{Hz})^2 + (2{,}27290988748\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz})^2$$

$f_{t\,n}$ = (((1,13693854159E+24)^2)+((2,27290988748E+23)^2))^0,5

$$\boxed{\boldsymbol{f_{t\,n} = 1{,}15943539748E + 24\ Hz}}$$

$$f_{t\,\pi+}^2 = (4{,}08640181898\mathrm{E} + 22\ \mathrm{Hz})^2 + (3{,}38518493880\mathrm{E} + 22\ \mathrm{Hz})^2$$

$f_{t\,\pi+}$ = (((4,08640181898E+22)^2)+((3,38518493880E+22)^2))^0,5

$$\boxed{\boldsymbol{f_{t\,\pi+} = 5{,}30642600024\mathrm{E} + 22\ \mathrm{Hz}}}$$

L'énergie totale de la particule Sigma

$$\boldsymbol{f_{t\,\Sigma+} = f_{t\,n} + f_{t\,\pi+}}$$

$$f_{t\,\Sigma+} = (1{,}15943539748\mathrm{E} + 24\ \mathrm{Hz}) + (5{,}30642600024\mathrm{E} + 22\ \mathrm{Hz})$$

$f_{t\,\Sigma+}$ = (1,15943539748E+24) + (5,30642600024E+22)

$$\boxed{\boldsymbol{f_{t\,\Sigma+} = 1{,}21249965748\mathrm{E} + 24\ \mathrm{Hz}}}$$

L'énergie de masse (au repos) de la particule Sigma

$$\boldsymbol{f^2_{0\,\Sigma+}} = \left(\boldsymbol{f_{t\,\Sigma+}}\right)^2 - \left(\boldsymbol{sinh}(\boldsymbol{\theta_{\Sigma+\,x}})\,\boldsymbol{f_{0\,\Sigma+}}\right)^2$$

$$f^2_{0\,\Sigma+} = (1{,}21249965748\text{E} + 24\ \text{Hz})^2 - (1{,}17780255978\text{E} + 24\ \text{Hz})^2$$

$f_{0\,\Sigma+}$ = (((1,21249965748E+24)^2) - ((1,17780255978E+24)^2))^0,5

$$\boxed{\boldsymbol{f_{0\,\Sigma+}} = \mathbf{2{,}87987064926E + 23\ Hz}}$$

$$E_{0\,\Sigma+} = (2{,}87987064926\text{E} + 23\ \text{Hz}) * (4{,}13566769600\text{E} - 15\,\frac{\text{eV}}{\text{Hz}})$$

$E_{0\,\Sigma+}$= (2,87987064926E+23)(4,13566769600E-15)*

$$E_{0\,\Sigma+} = 1191{,}02\ \text{MeV}$$

$$\boxed{\boldsymbol{m_{0\,\Sigma+}} = \mathbf{1191{,}02\ MeV/c^2}}$$

L'énergie cinétique de la particule Sigma

$$\boldsymbol{f_{c\,\Sigma+}} = \boldsymbol{f_{t\,\Sigma+}} - \boldsymbol{f_{0\,\Sigma+}}$$

$$f_{c\,\Sigma+} = (1{,}21249965748\text{E} + 24\ \text{Hz}) - (2{,}87987064926\text{E} + 23\ \text{Hz})$$

$f_{c\,\Sigma+}$ = (1,21249965748E+24)-(2,87987064926E+23)

$$\boxed{\boldsymbol{f_{c\,\Sigma+}} = \mathbf{9{,}24512592554E + 23\ Hz}}$$

$$\boldsymbol{f_{c\,\Sigma+}} = (9{,}24512592554\text{E} + 23\ \text{Hz}) * \left(4{,}13566769600\text{E} - 15\,\frac{\text{eV}}{\text{Hz}}\right)$$

$f_{c\,\Sigma+}$ = (9,24512592554E+23)(4,13566769600E-15)*

$$\boxed{\boldsymbol{E_{c\,\Sigma+}} = \mathbf{3823{,}5\ MeV}}$$

Exercice 6 [1] : Sonder ^{40}Ca - $E_{cinétique}$ pour un électron et un proton

Quelle énergie doivent avoir des électrons et des protons pour sonder la taille du ^{40}Ca si l'on veut résoudre des détails de l'ordre de la moitié du rayon ? Le rayon fait 4 fm.

Nous cherchons l'énergie cinétique en sachant que la longueur d'onde de de Broglie est 2 fm. Partons de l'équation de l'exercice 2, méthode 3 et isolons f_c

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{c}{\left(\sinh\left(\operatorname{acosh}\left(\frac{f_c}{f_0}+1\right)\right)\right) * f_0}}$$

$$\left(\sinh\left(\operatorname{acosh}\left(\frac{f_c}{f_0}+1\right)\right)\right) = \frac{c}{\lambda_{db} * f_0}$$

$$\operatorname{acosh}\left(\frac{f_c}{f_0}+1\right) = \operatorname{asinh}\left(\frac{c}{\lambda_{db}\, f_0}\right)$$

$$\left(\frac{f_c}{f_0}\right)+1 \ = \cosh\left(\operatorname{asinh}\left(\frac{c}{\lambda_{db}\, f_0}\right)\right)$$

$$\left(\frac{f_c}{f_0}\right) \ = (\cosh\left(\operatorname{asinh}\left(\frac{c}{\lambda_{db}\, f_0}\right)\right)) - 1$$

$$f_c = f_0\left(\left(\cosh\left(\operatorname{asinh}\left(\frac{c}{\lambda_{db}\, f_0}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{f_c = f_0\left(\left(\cosh\left(\operatorname{asinh}\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{db}}\right)\right)\right) - 1\right)}}$$

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 429, Exemple 12.2)

<u>Pour l'électron</u>

$f_0 = 1{,}23558996381\text{E} + 20 \text{ Hz}$

$\lambda_0 = 2{,}42631023867\text{E} - 12 \text{ m}$

f_c = (1,23558996381E+20)((cosh(asinh(2,42631023867E-12/2E-15)))-1)*

***f_c* = 1,49772720928E+23 Hz**

Énergie en eV

E_c = (1,49772720928E+23 Hz) * (4,13566769600E-15 ev/Hz)

E_c = (1,49772720928E+23)(4,13566769600E-15)*

E_c = 6,19410203684E+08 eV

***E_c* = 619,41 MeV**

<u>Pour le proton</u>

$f_0 = 2{,}26873181532\text{E} + 23 \text{ Hz}$

$\lambda_0 = 1{,}32140985539\text{E} - 15 \text{ m}$

f_c = (2,26873181532E+23)((cosh(asinh(1,32140985539E-15/2E-15)))-1)*

***f_c* = 4,50465124346E+22 Hz**

Énergie en eV

E_c = (4,50465124346E+22 Hz) * (4,13566769600E-15 ev/Hz)

E_c = (4,50465124346E+22)(4,13566769600E-15)*

E_c = 1,86297406293E+08 eV

***E_c* = 186,30 MeV**

Le proton ayant une longueur d'onde au repos plus courte que celle de l'électron, celui-ci exigera une vitesse moindre, une dilatation temporelle « t/tau » moindre, pour atteindre la longueur d'onde de 2E-15 m.

Méthode standard

Provenance de « **1240 MeV.fm** » pour « h c » tel qu'utilisé dans l'exemple 12.2 du livre de Thornton

$$h\ c\ =\ 6{,}62607015000\mathrm{E}-34\ \left(\frac{\text{joule. seconde}}{\text{cycle}}\right)*2{,}99792458000\mathrm{E}+08\ \left(\frac{\text{mètre}}{\text{seconde}}\right)$$

h c = (6,62607015000E-34)(2,99792458000E+08)*

$$h\ c=\ 1{,}98644585715\mathrm{E}-25\ \text{ joule. mètre/cycle}$$

Conversion en eV

$$h\ c=\ 1{,}98644585715\mathrm{E}-25\left(\frac{\text{joule. mètre}}{\text{cycle}}\right)*6{,}24150907400\mathrm{E}+18\ \left(\frac{\text{eV}}{\text{joule}}\right)$$

h c =(1,98644585715E-25)(6,24150907400E+18)*

h c **= 1,23984198424E-06 eV.mètre/cycle**

$$pc=\frac{(h\ \ c\ )}{\lambda}\ \ =>pc\ pour\ 1\ fm=\frac{1{,}240\mathrm{E}-6\ \text{eV.}\left(\frac{\text{m}}{\text{c}}\right)}{1\mathrm{E}-15\ \left(\frac{\text{m}}{\text{c}}\right)}=\mathbf{1240\ MeV}$$

$$\boldsymbol{h\ c}=pc.\lambda\ \ =>h\ c=\ \mathbf{1240\ MeV.fm}$$

$$(pc)^2\ =\ \frac{(h^2\ c^2)}{\lambda^2}=\ \ \left(\frac{1240\ \text{MeV. fm}}{2\ \text{fm}}\right)^2$$

(pc)^2 *= (1240/2)^2*

(pc)^2 = 3,8440000000E+05 MeV^2

$$\boldsymbol{E_{totale}}\ ^{\mathbf{2}}=\left(\boldsymbol{m_0c^2}\right)^{\mathbf{2}}+\ (\boldsymbol{pc})^{\mathbf{2}}$$

Pour l'électron (énergie au repos 0,511 MeV)

$$E_{totale}\ ^2=(0{,}511\ \text{MeV})^2+\ (3{,}8440000000\mathrm{E}+05\ \ \text{MeV}^2\ )$$

E_{totale} *= (((0,511)^2) +3,8440000000E+05)^0,5*

$$E_{totale}\ =6{,}20000210581\mathrm{E}+02\ \text{MeV}$$

$E_{cinétique} = E_{totale} - m_0c^2 = (6{,}20000210581\text{E} + 02\ \text{MeV}) - (0{,}511\ \text{MeV})$

$E_{cinétique}$ *= (6,20000210581E+02) - (0,511)*

$E_{cinétique}$ = 6,19489210581E+02 MeV

$\boldsymbol{E_{cinétique} = 619{,}49\ \text{MeV}}$

Pour le proton (énergie au repos 938,3 MeV)

$E_{totale}{}^2 = (938{,}3\ \text{MeV})^2 + (3{,}8440000000\text{E} + 05\ \ \text{MeV}^2)$

E_{totale} *= (((938,3)^2) + 3,8440000000E+05)^0,5*

$E_{totale} = 1{,}12463633678\text{E} + 03\ \text{MeV}$

$E_{cinétique} = E_{totale} - m_0c^2 = (1{,}12463633678\text{E} + 03\ \text{MeV}) - (938{,}3\ \text{MeV})$

$E_{cinétique}$ *= (1,12463633678E+03)-(938,3)*

$E_{cinétique}$ = 1,86336336780E+02 MeV

$\boldsymbol{E_{cinétique} = 186{,}34\ \text{MeV}}$

Exercice 7[1] : Énergie de liaison proton-neutron dans un deutéron

Calculer l'énergie de liaison du deutéron, la fréquence propre et la longueur d'onde propre du proton, du neutron et du deutéron. Un deutéron est formé d'un proton et d'un neutron liés ensemble par la force nucléaire.

E_o du proton = 938,27 MeV, E_o du neutron = 939,57 MeV, E_0 du deutéron = 1875,61 MeV

L'énergie de liaison est fonction de la différence des énergies de masse au repos.

$$\boxed{\boldsymbol{E_{liaison} = \frac{m_{0_{proton}} c^2}{h} + \frac{m_{0_{neutron}} c^2}{h} - \frac{m_{0_{pn}} c^2}{h} \qquad (m\ en\ Kg)}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_{liaison} = f_{o_{Proton}} + f_{0_{neutron}} - f_{0_{deutéron}}}}$$

Conversion des masses en fréquence énergétique

<u>Proton</u>

$$\boldsymbol{f_{0p} = \left(2,41798924200\mathrm{E} + 14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}\right) * (938,27\mathrm{E} + 06\ \mathrm{eV})}$$

f_{0p} = (2,41798924200E+14)(938,27E+06)*

$$\boldsymbol{f_{0p} = 2,26872676609\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz}}$$

<u>Neutron</u>

f_{0n} = (2,41798924200E+14)(939,57E+06)*

$$\boldsymbol{f_{0n} = 2,27187015211\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz}}$$

<u>Deutéron</u>

f_{0d} = (2,41798924200E+14)(1875,61E+06)*

$$\boldsymbol{f_{0d} = 4,53520480219\mathrm{E} + 23\ \mathrm{Hz}}$$

$E_{liaison}$ = (2,26872676609E+23 Hz) + (2,27187015211E+23 Hz) - (4,53520480219E+23 Hz)

$E_{liaison}$ = (2,26872676609E+23) + (2,27187015211E+23) - (4,53520480219E+23)

$E_{liaison}$ = 5,39211601000E+20 Hze

$E_{liaison}$ = (5,39211601000E+20 Hze) * (4,13566769600E-15 eV/Hz)

$E_{liaison}$ = (5,39211601000E+20)(4,13566769600E-15)*

$E_{liaison}$ = 2,22999999956E+06 eV = 2,23 MeV

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 72 et 431, Énergie de liaison)

L'énergie totale (énergie de masse au repos + énergie de liaison) du deutéron est égale à la somme des énergies de masse au repos du proton et du neutron. L'énergie n'est pas perdue, mais « convertie ».

L'énergie de liaison n'intervient pas dans la masse du deutéron.

$$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{o}_{\boldsymbol{Proton}}} + \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{0}_{\boldsymbol{neutron}}} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{0}_{\boldsymbol{deut\acute{e}ron}}} + \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{liaison}}$$

<u>Longueur d'onde du photon pour dissocier le deutéron en un proton et un neutron libres</u>

Le photon doit avoir la même énergie que l'énergie de liaison ou plus, donc la même fréquence énergétique ou plus.

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda}_{\mathrm{Photon}} = \left(\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{liaison}}}\right)}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{Photon}} = \left(\frac{\mathbf{2,9979245800E+08\ \ m/s}}{\mathbf{5,39211601000E+20\ Hz}}\right)$$

λ_{Photon} = (2,9979245800E+08)/(5,39211601000E+20)

λ_{Photon} = 5,55982952600E-13

$\boldsymbol{\lambda}_{Photon}$ = 0,556 picomètre (rayon gamma)

La masse perdue est retrouvée.

En fait, le photon doit être très légèrement plus énergétique, car la quantité de mouvement doit être conservée.

Exercice 8 [1,2] : Énergie de liaison du noyau de ^4H_e

La <u>masse atomique</u> de l'atome ^4H_e est de 4,002603 u. Déterminer l'<u>énergie de liaison du noyau</u> ^4H_e.

Masse du proton = 1,00728 u, du neutron = 1,00866 u, de l'électron = 5,4858E-4 u

$$\boxed{E_{liaison} = \frac{2\,m_{0_{proton}}c^2}{h} + \frac{2\,m_{0_{neutron}}c^2}{h} - \frac{m_{0_{\text{noyau4He}}}c^2}{h} \qquad (m\ en\ Kg)}$$

Conversion des énergies de masse en fréquence énergétique ($E_{masse} = m\,c^2 = u\,c^2$)

***$f_{\acute{e}nerg\acute{e}tique\ de\ liaison}$ = (2*$f_{0\ proton}$) + (2*$f_{0\ neutron}$) – (f_0** *du noyau ^4H_e)*

<u>Fréquence énergétique du proton</u>

$f_{0\ proton}$ = (1,00728 u c^2) * (2,25234271871E+23 Hz/ u c^2)

$f_{0\ proton}$ = (1,00728)(2,25234271871E+23)*

$f_{0\ proton}$ = 2,2687397737E+23 Hz

<u>Fréquence énergétique du neutron</u>

$f_{0\ neutron}$ = (1,00866)(2,25234271871E+23)*

$f_{0\ neutron}$ = 2,27184800665E+23 Hz

<u>Fréquence énergétique de l'électron</u>

$f_{0\ \acute{e}lectron}$ = (5,4858E-4)(2,25234271871E+23)*

$f_{0\ \acute{e}lectron}$ = 1,23559016863E+20 Hz

<u>Fréquence énergétique de l'atome ^4H_e</u>

$f_0\,{}^4H_e$ = (4,002603)(2,25234271871E+23)*

$f_0\,{}^4H_e$ = 9,01523372294E+23 Hz

---

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 73, Exemple 2.16)
2. Capsule noyau masse energie : https://www.youtube.com/watch?v=5cvPRlreBNo

Fréquence énergétique du noyau (soustraire l'énergie de masse des électrons)

f_0 *du noyau* ^4H_e = (9,01523372294E+23 Hz) – (2 * f_0 electron)

f_0 *du noyau* ^4H_e *= (9,01523372294E+23)-(2*1,23559016863E+20)*

f_0 *du noyau* ^4H_e = 9,01276254260E+23 Hz

f énergétique de liaison

$f_{en\ liaison}$ = (2*$f_{0\ proton}$) + (2*$f_{0\ neutron}$) – (f_0 du noyau ^4H_e)

$f_{en\ liaison}$ *= (2*2,2687397737E+23)+(2*2,27184800665E+23)-(9,01276254260E+23)*

$f_{en\ liaison}$ = 6,84130181000E+21 Hz

$E_{liaison}$ *(eV) =* (6,84130181000E+21 Hz)*(4,13566769600E-15 eV/Hz)

$E_{liaison}$ *(eV) = (6,84130181000E+21)*(4,13566769600E-15)*

$E_{liaison}$ *(eV)* = 2,82933508942E+07 eV = 28,3 MeV

$E_{liaison}$ *(eV)* = 28,3 MeV

Exercice 9[1] : $f_{cinétique}$, longueur d'onde λ_{db} et vitesse en fonction de la température

L'énergie cinétique d'une particule (dans un gaz parfait) en équilibre thermique vaut 3kT/2. Calculer la longueur d'onde de de Broglie et la vitesse pour (a) un neutron à la température ambiante (300 K) et (b) un neutron « froid » à 77 K (dans l'azote liquide).

La constante de Boltzmann « k_{Hz} » en Hertz/K = 2,08366191200E+10

$$\boldsymbol{f_{cinétique} = 3\, k_{Hz}\, T/2}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{c}{\left(sinh\left(acosh\left(\frac{f_c}{f_0}+1\right)\right)\right) f_0}}$$

$$\boldsymbol{v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_c}{f_0}+1\right)\right)}$$

<u>Méthode 1</u>

(a) <u>300^0 Kelvin</u>

$$f_c = \frac{3 * 2{,}08366191200\mathrm{E}+10\ \left(\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{K}}\right) * 300\ (\mathrm{K})}{2}$$

f_c = (3(2,083661912E+10)*300)/2*

$\boldsymbol{f_c}$ **= 9,37647860400E+12 Hz**

$$\lambda_{db} = \frac{2{,}99792458000\mathrm{E}+08\ (\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}})}{\left(\sinh\left(\operatorname{acosh}\left(\frac{9{,}37647860400\mathrm{E}+12\ \mathrm{Hz}}{2{,}27185907905\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}+1\right)\right)\right) * 2{,}27185907905\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}$$

λ_{db} = (2,99792458E+08)/((sinh(acosh((9,37647860400E+12/2,27185907905E+23)+1)))(2,27185907905E+23))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 0{,}145242889663\ \mathrm{nm}}$$

$$v = 2{,}99792458000\mathrm{E}+08\ (\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}) * \tanh\left(\operatorname{acosh}\left(\frac{9{,}37647860400\mathrm{E}+12\ \mathrm{Hz}}{2{,}27185907905\mathrm{E}+23\ \mathrm{Hz}}+1\right)\right)$$

*v =2,99792458E+08*tanh(acosh((9,37647860400E+12)/(2,27185907905E+23)+1))*

$$\boldsymbol{v = 2{,}723736784\mathrm{E}+03\ \mathrm{m/s}}$$

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 173, Exemple 5.4)

(b) 77⁰ Kelvin

f_c = (3(2,083661912E+10)*77)/2*

$\boldsymbol{f_c} =$ **2,40662950836E+12 Hz**

λ_{db} = (2,99792458E+08)/((sinh(acosh((2,40662950836E+12/2,27185907905E+23)+1)))(2,27185907905E+23))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 0,286687394727\ \mathrm{nm}}$$

*v =2,99792458E+08*tanh(acosh((2,40662950836E+12)/(2,27185907905E+23)+1))*

$$\boldsymbol{v = 1,37991208710\mathrm{E}+03\ \mathrm{m/s}}$$

Méthode 2

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{c}{\left(sinh\left(acosh\left(\frac{3\,k_{Hz}\,T}{2f_0}+1\right)\right)\right)f_0}}$$

$$\boldsymbol{v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{3\,k_{Hz}\,T}{2f_0}+1\right)\right)}$$

300⁰ Kelvin

*λ_{db} = (2,99792458E+08)/((sinh(acosh(((3*2,083661912E+10*300)/(2*2,27185907905E+23))+1)))*(2,27185907905E+23))*

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 0,145242889663\ \mathrm{nm}}$$

*v =2,99792458E+08*tanh(acosh((3*2,083661912E+10*300)/(2*2,27185907905E+23)+1))*

$$\boldsymbol{v = 2,723736784\mathrm{E}+03\ \mathrm{m/s}}$$

77⁰ Kelvin

*λ_{db} = (2,99792458E+08)/((sinh(acosh(((3*2,083661912E+10*77)/(2*2,27185907905E+23))+1)))*(2,27185907905E+23))*

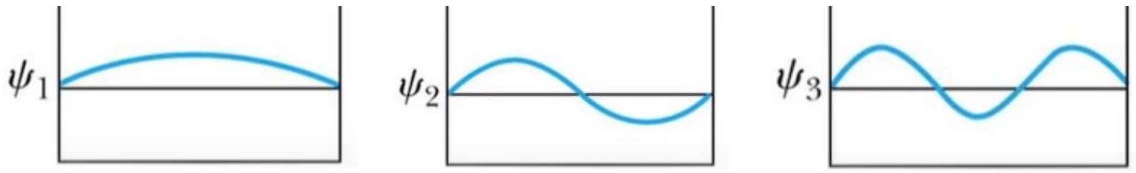
$$\boldsymbol{\lambda_{db} = 0,286687394727\ \mathrm{nm}}$$

*v =2,99792458E+08*tanh(acosh((3*2,083661912E+10*77)/(2*2,27185907905E+23)+1))*

$$\boldsymbol{v = 1,37991208710\mathrm{E}+03\ \mathrm{m/s}}$$

Comportement ondulatoire dans un puits de carré infini de potentiel

L'onde contrainte dans le puits se réfléchit sur les parois[1]. Pour que la réflexion ne soit pas destructive, la largeur du puits se doit d'être un multiple entier de la demi-longueur d'onde. L'onde sera stationnaire pour ces valeurs. C'est le même principe que la corde de Melde[2] au niveau des phénomènes d'interférences.



En prenant « **L** » comme étant la valeur de la largeur du puits:

$$\boldsymbol{L = n\,(\frac{\lambda_{db}}{2})}$$

Isolons $\boldsymbol{\lambda_{db}}$:

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{2L}{n}}$$

Dans le cas d'un varion, la longueur d'onde est fonction de l'énergie cinétique de la particule, donc de la longueur de de Broglie.

L'énergie du varion, donc la fréquence d'énergie cinétique du varion est :

$$f_{cinétique} = f_0\;[(cosh\;[asinh\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{db}}\right)]\;) - 1]$$

$$f_{cinétique\;\psi n} = f_0\;[(cosh\;[asinh\left(\frac{\lambda_0}{2L/n}\right)]\;) - 1]$$

$$\boxed{\boldsymbol{f_{cinétique\;\psi n} = f_0\;[(cosh\;[asinh\left(\frac{n\,\lambda_0}{2L}\right)]\;) - 1]}}$$

1. Ondes stationnaires et cavités résonnantes : http://olivier.sigwarth.free.fr/CoursTS1/Chap4/Ch4_ondes_stat_cavites.pdf
2. *Corde de Melde- résonance-simulation/animation :* https://www.youtube.com/watch?v=4JNsnz9usCI

Exemples :

Électron confiné

- Trouver la valeur des 4 premiers niveaux d'énergie pour l'électron confiné dans 4 grandeurs distinctes de puits infini.
    - Comparer les niveaux par rapport au niveau 1.
    - Comparer la vitesse de l'électron par rapport à la vitesse de la lumière.

Puits infini L = 1E-5m

$$\boldsymbol{f_{cinétique\,\psi 1}} = \boldsymbol{f_0}\left[\left(\boldsymbol{cosh}\left[\boldsymbol{asinh}\left(\frac{\mathbf{1} * \boldsymbol{\lambda_0}}{\mathbf{2} * (\mathbf{1}\boldsymbol{E} - \mathbf{5})}\right)\right]\right) - \mathbf{1}\right]$$

$$f_{cinétique\,\psi 1} = 1{,}2355899638\mathrm{E} + 20\left[\left(\cosh\left[\operatorname{asinh}\left(\frac{1 * 2{,}4263102387\mathrm{E} - 12}{2 * (1\mathrm{E} - 5)}\right)\right]\right) - 1\right]$$

$f_{cinétique\ \psi 1}$ *= 1,2355899638E+20*((cosh(asinh(1*2,4263102387E-12/(2*1E-5))))-1)*

$\boldsymbol{f_{cinétique\ \psi 1}}$ **= 9,0537508169E+05 Hz**

$E_{cinétique\ \psi 1}$ *(eV)* = (9,0537508169E+05 Hz) * (4,1356676960E-15 eV/Hz)

$E_{cinétique\ \psi 1}$ *(eV) = (9,0537508169E+05)*(4,1356676960E-15)*

$\boldsymbol{E_{cinétique\ \psi 1}}$ ***(eV)* = 3,7443304781E-09 eV**

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_{cinétique}}{f_0} + 1\right)\right)$$

$v_{\psi 1}$ *= (2,9979245800E+08)*(tanh(acosh((9,0537508169E+05/1,2355899638E+20)+1)))*

$\boldsymbol{v_{\psi 1}}$ **= 3,6292157178E+01 m/s**

$v_{\psi 1}$ */ c *100* = 1,2105760572E-05 % de c

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	9,0537508170E+05	3,7443304782E-09	1,0000	3,6292157178E+01	1,2106E-05
ψ2	3,6215003268E+06	1,4977321913E-08	4,0000	7,2584314422E+01	2,4212E-05
ψ3	8,1758113439E+06	3,3812438863E-08	9,0303	1,0905961128E+02	3,6378E-05
ψ4	1,4540872524E+07	6,0136216770E-08	16,0606	1,4544330955E+02	4,8515E-05

Puits infini L = 3,32482994706E-10 m

Dimension de la circonférence de l'orbite niveau 1 de l'atome d'hydrogène selon le modèle de Bohr *(sujet qui sera abordé plus en détail ultérieurement dans le document)*

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	8,2250155192E+14	3,4015930982E+00	1,0000	1,0938674758E+06	3,6487E-01
ψ2	3,2899733575E+15	1,3606236535E+01	4,0000	2,1876912636E+06	7,2974E-01
ψ3	7,4023168724E+15	3,0613522765E+01	8,9998	3,2814276845E+06	1,0946E+00
ψ4	1,3159367878E+16	5,4422772634E+01	15,9992	4,3750330766E+06	1,4594E+00

Pour le niveau 2 du puits carré infini « L » égal à une longueur d'onde. Pour l'orbite 1 de l'atome d'hydrogène, la circonférence est égale à une longueur d'onde. L'électron a la même énergie 13,6eV. L'électron serait confiné comme dans un puits infini de longueur 3,32482994706E-10 m.

Puits infini L = 1E-12m

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	7,0697805443E+19	2,9238263015E+05	1,0000	2,3133171407E+08	77,1640
ψ2	2,0069760488E+20	8,3001860116E+05	2,8388	2,7717405760E+08	92,4553
ψ3	3,4279574070E+20	1,4176892712E+06	4,8487	2,8907881938E+08	96,4263
ψ4	4,8862471549E+20	2,0207894513E+06	6,9115	2,9362270224E+08	97,9420

Puits infini L = 1E-14m

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	1,4866573141E+22	6,1483206291E+07	1,0000	2,9978227359E+08	99,9966
ψ2	2,9855941426E+22	1,2347425249E+08	2,0083	2,9978991180E+08	99,9992
ψ3	4,4845479452E+22	1,8546600068E+08	3,0165	2,9979132635E+08	99,9996
ψ4	5,9835059915E+22	2,4745792438E+08	4,0248	2,9979182144E+08	99,9998

Proton confiné

Puits infini L = 1E-12m

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	4,9518583141E+16	2,0479240465E+02	1,0000	1,9807431102E+05	0,0661
ψ2	1,9807426783E+17	8,1916935088E+02	4,0000	3,9614836273E+05	0,1321
ψ3	4,4566685942E+17	1,8431300337E+03	9,0000	5,9422189559E+05	0,1982
ψ4	7,9229603368E+17	3,2766731122E+03	16,0000	7,9229465025E+05	0,2643

Puits infini L = 1E-17m

	$E_{cinétique}$				
	Hz	Ev	Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c
ψ1	1,4764466523E+25	6,1060927246E+10	1,0000	2,9975812585E+08	99,9885
ψ2	2,9753231057E+25	1,2304947654E+11	2,0152	2,9978387386E+08	99,9971
ψ3	4,4742567816E+25	1,8504039235E+11	3,0304	2,9978864273E+08	99,9987
ψ4	5,9732047643E+25	2,4703189985E+11	4,0457	2,9979031189E+08	99,9993

Conclusion:

Dans les limites des vitesses non relativistes: v << c

$E_{\psi n}/E_{\psi 1} = n^2$

Cette équation est une bonne approximation:

$$f_{cinétique\ \psi n} = n^2\ f_0\ [(cosh\ [asinh\left(\frac{\lambda_0}{2L}\right)]\ ) - 1]$$

Faits très importants

L'interaction entre le varion et un puits fini de potentiel réserve des comportements très spéciaux, comme l'effet tunnel. Ils ne seront pas abordés dans ce document, mais je vous réfère à ces liens pour en savoir plus:

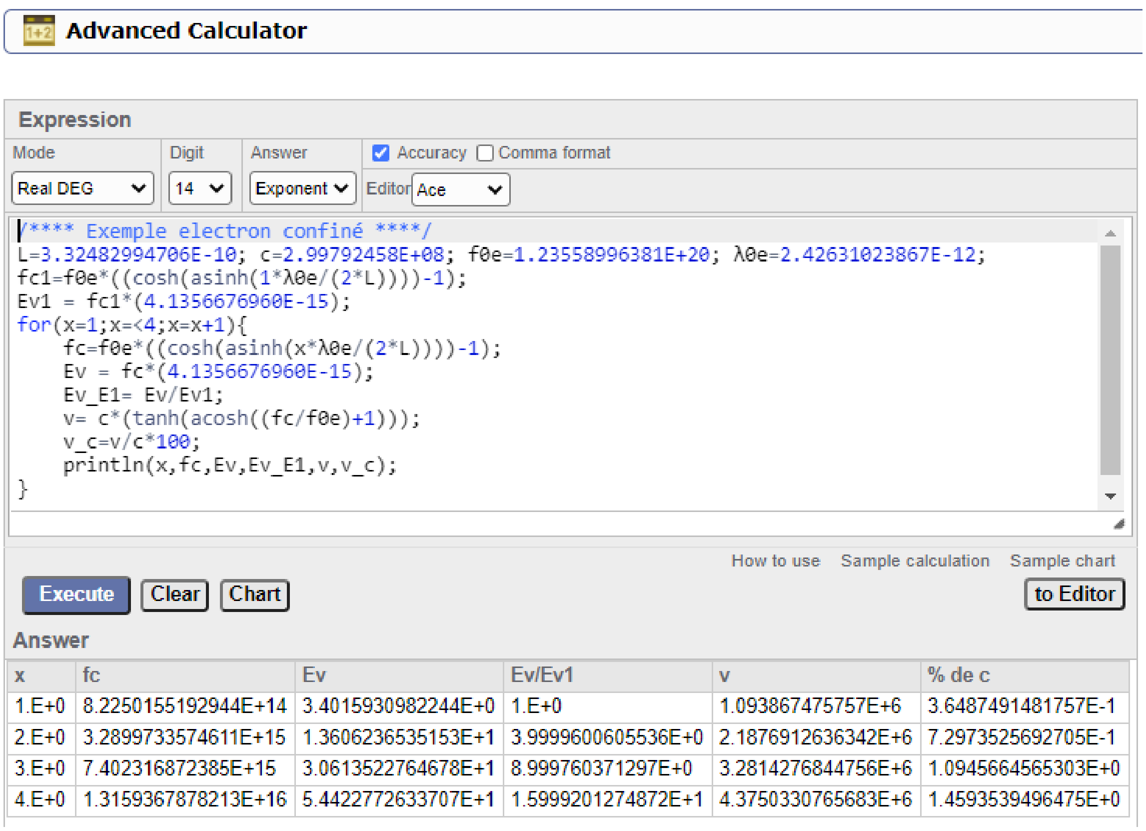
1. Mécanique quantique- Puits infini - MP/PC (selon l'équation de Schrödinger): https://www.youtube.com/watch?v=4jfT10FMTFQ&list=PLrfG_Hi1Epg4OPqfel-rwlQIT-kKMARIV&index=93&t=0s

2. E-Learning Physique, *MP/PC - Mécanique quantique- états liés d'un puits fini* (selon l'équation de Schrödinger): https://www.youtube.com/watch?v=Y3jxeo2nBiI&t=520s

Exemple de programmation compatible avec « Keisan Online Calculator »

```
/**** Exemple  électron confiné ****/

L=3.32482994706E-10; c=2.99792458E+08; f0e=1.23558996381E+20; λ0e=2.42631023867E-12;
fc1=f0e*((cosh(asinh(1*λ0e/(2*L))))-1);
Ev1 = fc1*(4.1356676960E-15);
for(x=1;x=<4;x=x+1){
   fc=f0e*((cosh(asinh(x*λ0e/(2*L))))-1);
   Ev = fc*(4.1356676960E-15);
   Ev_E1= Ev/Ev1;
   v= c*(tanh(acosh((fc/f0e)+1)));
   v_c=v/c*100;
   println(x,fc,Ev,Ev_E1,v,v_c);
}
```



x	fc	Ev	Ev/Ev1	v	% de c
1.E+0	8.2250155192944E+14	3.4015930982244E+0	1.E+0	1.093867475757E+6	3.6487491481757E-1
2.E+0	3.2899733574611E+15	1.3606236535153E+1	3.9999600605536E+0	2.1876912636342E+6	7.2973525692705E-1
3.E+0	7.402316872385E+15	3.0613522764678E+1	8.999760371297E+0	3.2814276844756E+6	1.0945664565303E+0
4.E+0	1.3159367878213E+16	5.4422772633707E+1	1.5999201274872E+1	4.3750330765683E+6	1.4593539496475E+0

Exercice 10 [1] : Énergie de transition du proton dans le noyau

Le diamètre typique des noyaux est de l'ordre de 10^{-14} m. Utiliser le puits de potentiel carré infini pour calculer l'énergie de transition du premier état excité à l'état fondamental pour un proton confiné dans le noyau. Bien sûr, il ne s'agit là que d'une description grossière d'un proton dans un noyau.

Méthode 1 (élaborée selon l'équation de Schrödinger qui est non relativiste):

La formule de l'énergie pour un puits de potentiel carré infini est: [2]

$$\boldsymbol{E_n = n^2 \left(\frac{\pi^2\, \hbar^2}{2\, mL^2}\right) = n^2 \left(\frac{\pi^2\, \hbar^2\, c^2}{2\, mc^2 L^2}\right)}$$

Ce qui équivaut à :

$$\boldsymbol{E_{n\,Joule} = n^2 \left(\frac{\pi^2}{2}\right)\left(\frac{h^2}{2^2\pi^2}\right)\left(\frac{c^2}{h\, f_0}\right)\left(\frac{1}{c^2}\right)\left(\frac{c^2}{L^2}\right)}$$

$$\boldsymbol{E_{n\,Joule} = n^2 \left(\frac{h\, c^2}{8\, f_0 L^2}\right)}$$

λ = c/f et joule/h = hertz, donc

$$\boxed{\boldsymbol{E_{n\,Hze} = n^2 \left(\frac{\lambda_0 c}{8\, L^2}\right)}}$$

$$E_n = (\mathrm{n}^2) * \frac{\left(1{,}32140985539\mathrm{E}-15\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{cycle}}\right) * \left(2{,}9979245800\mathrm{E}+08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{(8 * (1\mathrm{E}-14\ \mathrm{m})^2)}$$

<u>Énergie niveau fondamental</u>

E_1 = (1^2)(1,32140985539E-15*2,9979245800E+08)/(8*(1E-14)^2)*

E_1 = 4,95185885716E+20 Hze

<u>Énergie niveau 2</u>

E_2 = (2^2)(1,32140985539E-15*2,9979245800E+08)/(8*(1E-14)^2)*

E_2 = 1,98074354286E+21 Hze

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 214, Exemple 6.9)
2. Mécanique quantique- Puits infini - MP/PC : https://www.youtube.com/watch?v=4jfT10FMTFQ&list=PLrfG_Hi1Epg4OPqfel-rwlQlT-kKMARIV&index=93&t=0s

Énergie de transition

***ΔE = E_2 - E_1* = 1,98074354286E+21 Hze - 4,95185885716E+20 Hz**

ΔE = 1,98074354286E+21 - 4,95185885716E+20

***ΔE* = 1,48555765714E+21 Hze**

Énergie de transition en eV

***ΔE* = (1,48555765714E+21 Hze)*(4,13566769600E-15 eV/Hz)**

ΔE = (1,48555765714E+21)(4,13566769600E-15)*

***ΔE* = 6,14377281318E+06 eV**

***ΔE* = 6,14 MeV**

Méthode 2 (relativiste):

$$f_{\text{cinétique}\,\boldsymbol{\psi n}} = f_0\ [(cosh\ [asinh\left(\frac{n\ \lambda_0}{2L}\right)]\ ) - 1]$$

$$f_{\text{cinétique}\,\boldsymbol{\psi 1}} = f_0\ \left[\left(cosh\left[asinh\left(\frac{1 * \lambda_0}{2 * (1E - 14)}\right)\right]\right) - 1\right]$$

$f_{cinétique\ \psi 1}$ = 2,26873181532E+23((cosh(asinh(1*1,32140985539E-15/(2*1E-14))))-1)*

$f_{cinétique\ \psi 1}$ = 4,94646652060E+20 Hz

$f_{cinétique\ \psi 2}$ = 2,26873181532E+23((cosh(asinh(2*1,32140985539E-15/(2*1E-14))))-1)*

$f_{cinétique\ \psi 2}$ = 1,97217165917E+21 Hz

Énergie de transition en Hze

***ΔE = E_2 - E_1* = 1,97217165917E+21 Hze - 4,94646652060E+20 Hze**

ΔE = (1,97217165917E+21)-(4,94646652060E+20)

***ΔE* = 1,47752500711E+21 Hze**

Énergie de transition en eV

***ΔE =* (1,47752500711E+21 Hze)*(4,13566769600E-15eV/Hz)**

ΔE = (1,47752500711E+21)(4,13566769600E-15)*

***ΔE =* 6,11055244194E+06 eV**

***ΔE =* 6,11 MeV**

Vitesse du proton

$$\boldsymbol{v = c * \tanh\left(acosh\left(\left(\frac{f_c}{f_0}\right) + 1\right)\right)}$$

v_1 = (2,9979245800E+08)(tanh(acosh((4,94646652060E+20/2,26873181532E+23)+1)))*

v_1 = 1,97643436610E+07 m/s

6,6 % de c

v_2 = (2,9979245800E+08)(tanh(acosh((1,97217165917E+21/2,26873181532E+23)+1)))*

v_2 = 3,92734729460E+07 m/s

13,1 % de c

Rapport entre l'énergie cinétique et la vitesse

Reprenons les résultats de l'électron confiné dans un puits infini et comparons la variation de l'énergie cinétique en fonction de la vitesse.

E c			
Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c	v ψn/v ψ1
1,0000	3,62921571777E+01	1,2106E-05	
4,0000	7,25843144219E+01	2,4212E-05	**2,0000000018**
9,0303	1,09059611283E+02	3,6378E-05	**3,0050462625**
16,0606	1,45443309546E+02	4,8515E-05	**4,0075686004**

L'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse.

$$E_c \approx \alpha\, v^2$$

E c			
Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c	v ψn/v ψ1
1,0000	1,09386747575E+06	3,6487E-01	
4,0000	2,18769126364E+06	7,2974E-01	**1,9999600611**
8,9998	3,28142768447E+06	1,0946E+00	**2,9998402523**
15,9992	4,37503307657E+06	1,4594E+00	**3,9996006587**

L'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse.

$$E_c \approx \alpha\, v^2$$

E c			
Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c	v ψn/v ψ1
1,0000	2,31331714075E+08	77,1640	
2,8388	2,77174057597E+08	92,4553	**1,1981671372**
4,8487	2,89078819383E+08	96,4263	**1,2496290037**
6,9115	2,93622702240E+08	97,9420	**1,2692712861**

E c			
Eψn/Eψ1	v ψn	v ψn % de c	v ψn/v ψ1
1,0000	2,99782273589E+08	99,9966	
2,0083	2,99789911800E+08	99,9992	**1,0000254792**
3,0165	2,99791326348E+08	99,9996	**1,0000301978**
4,0248	2,99791821444E+08	99,9998	**1,0000318493**

L'énergie cinétique quadruple sur une augmentation de vitesse même très inférieure à 2.

Pour les vitesses non relativistes, l'énergie cinétique est proportionnelle au carré de la vitesse.

Pour les vitesses relativistes l'équation Ec = ½ mv^2 n'est plus applicable, c'est cette équation qui s'applique: $E_{cinétique} = f_0 \left(\left(cosh\left[atanh\left(\frac{v}{c}\right)\right]\right) - 1\right)$

L'électron autour du noyau atomique

La position de l'électron autour du noyau est régie par la force électrostatique:

$$F_q = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Pour l'atome d'hydrogène, il y a un proton et un électron, chacun ayant la même quantité de charge électrique, mais de signe opposé.

Nous pouvons reformuler l'équation comme suit:

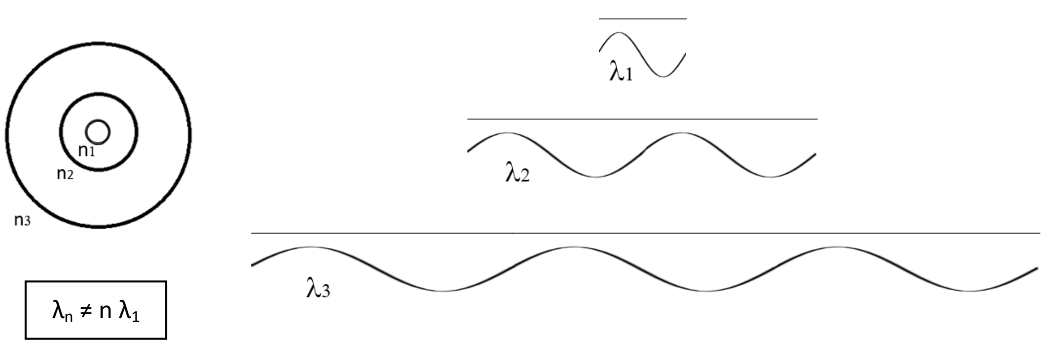
$$F_q = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Selon cette formule, l'électron pourrait être à n'importe quelle distance du proton et même entrer en collision inévitablement avec lui.

Orbite circulaire stable, niveau d'énergie

L'électron ne rayonne aucune énergie (aucune perte) lorsqu'il se trouve sur une orbite circulaire stable dite stationnaire. La circonférence de l'orbite doit équivaloir à un multiple **entier** de la longueur d'onde de l'électron pour être stationnaire. Sur l'illustration les orbites sont déroulées, nous voyons facilement le rapport entre la circonférence et la longueur d'onde. La longueur d'onde est la longueur d'onde associée à la dimension spatiale, à la quantité de mouvement, nommée la longueur d'onde de de Broglie.

Longueur d'onde pour les orbites stationnaires $2 \pi R_n = n \lambda_{db\,n}$ n entier ≥ 1



En réalité, l'électron ne tourne pas sur une orbite autour du noyau comme une planète autour du soleil. Ce modèle (modèle de Bohr) est une approximation des orbites atomiques qui permet d'avoir un aperçu de ce qui se passe. Les orbitales atomiques peuvent présenter des formes complexes issues des harmoniques sphériques.

Harmonique sphérique :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Harmonique_sph%C3%A9rique
https://fr.wikipedia.org/wiki/Orbitale_atomique

Néanmoins, le modèle des orbites circulaires donne une bonne approximation des niveaux d'énergie, on peut prévoir les longueurs d'onde des raies spectrales qui correspondent assez bien aux observations, mais pas parfaitement. Chaque orbite a un niveau d'énergie particulier. Il est plus opportun de parler de couche de niveau d'énergie que d'orbite. Chaque couche comprend des sous-niveaux, phénomène que nous n'aborderons pas dans ce document. L'électron ne se trouve pas obligatoirement sur l'orbite calculée, mais a plutôt une probabilité de présence d'être sur cette orbite. Pour ce document, nous allons nous en tenir aux correspondances avec l'orbite circulaire.

La quantification de la mécanique quantique découle du phénomène ondulatoire.

Avant d'aborder la suite, deux très courtes vidéos pour avoir un aperçu du comportement de l'électron :

- L'électron dans tous ses états (à partir du lycée)
  https://www.youtube.com/watch?v=9Uf_LNULgeo
- Créateur de lumières - quand l'électron émet des photons (à partir du lycée)
  https://www.youtube.com/watch?v=o6OTAr1D-2E

Longueur d'onde pour les orbites stationnaires $2 \pi R_n = n \lambda_{db\,n}$ n entier ≥ 1

λ_1 = longueur d'onde de l'électron sur la première orbite stable

$$\boldsymbol{\lambda_n = \left(\frac{h}{m_{re}\, v_n}\right)} \qquad \boldsymbol{m_{re} = masse\ inertielle\ relativiste\ de\ l'électron}$$

$$\boldsymbol{m_{re}\, v_n = \left(\frac{h}{\lambda_n}\right)}$$

De l'équation :

$$\frac{h}{\lambda} = cosh(\theta)\ h\ f_{0\,e}\left(\frac{v}{c^2}\right)$$

Il résulte que :

$$\boxed{\boldsymbol{m_{re}\, v_n = cosh\left(atanh\left(\frac{v_n}{c}\right)\right)\ h\ f_{0\,e}\left(\frac{v_n}{c^2}\right)}}$$

Calcul d'une orbite

Pour l'orbite circulaire, la force centripète est égale à la force électrostatique.

$$F_q = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad F_c = \frac{m\,v^2}{R} \qquad F_q = F_c$$

$$\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{m_r v^2}{R} \qquad m_r \; pour\; masse\; relativiste$$

Nous déduisons

$$\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = m_r v^2 \qquad et \qquad \boxed{\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0\, v} = m_r v\;\; R} \; \text{Équations du moment cinétique}$$

$$R = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0\; m_r\; v^2} = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0\; m_r\; v \quad v} = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cosh(\theta)\, h\, f_0\; v/c^2 \quad v}$$

$$\boxed{\boldsymbol{R = \frac{q_e^2\;\; c^2}{4\pi\varepsilon_0 \cosh(\theta)\, h\, f_0\;\; v^2}}}$$

Pour une orbite circulaire non rayonnante

Longueur d'onde pour les orbites stationnaires $2\,\pi\, R_n = n\;\lambda_{db\,n}$ n entier ≥ 1

$$\boxed{\boldsymbol{2\,\pi\, R_n = n\,\lambda_{db\,n}}}$$

$$\lambda_{db} = \frac{1}{P} \qquad (P\; exprimé\; en \frac{Hze}{\frac{m}{s}})$$

$$2\,\pi\, R_n = \frac{n}{P_n}$$

$$P_n\, R_n = \frac{n}{2\pi} \qquad Le\; moment\; cinétique\; est\; un\; multiple\; entier\; de\; \frac{1}{2\,\pi} \;\; (P\; exprimé\; en \frac{Hze}{\frac{m}{s}})$$

$$P_n\, R_n = \frac{n\, h}{2\pi} \qquad Le\; moment\; cinétique\; est\; un\; multiple\; entier\; de\; \frac{h}{2\,\pi} \;\; (P\; exprimé\; en \frac{Joule}{\frac{m}{s}})$$

$$\boldsymbol{m_{rn}\, v_n\, R_n = n\frac{h}{2\,\pi}} \qquad on\; retrouve\; le\; postulat\; de\; Bohr, le\; moment\; cinétique\; est\; quantifié$$

$En\ partant\ de\ \ \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 v} = m_r v\ R \quad => \qquad \boldsymbol{\frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0 v_n} = n\ \frac{h}{2\pi}}$

$Isolons\ v:\ \ v_n = \frac{q_e^2\ 2\pi}{n\ 4\pi\varepsilon_0\ h} \qquad\qquad \boldsymbol{v_n = \frac{q_e^2}{n\ 2\varepsilon_0 h}}$

Ces équations déterminent la vitesse de l'électron et la longueur d'onde spatiale (longueur d'onde de de Broglie).

$$\boxed{\boldsymbol{v_n = \frac{q_e^2}{n\ 2\varepsilon_0\ h}}} \qquad\qquad \boxed{\boldsymbol{v_n = \frac{v_1}{n}}}$$

$En\ partant\ de\ \ \boldsymbol{R = \frac{q_e^2\ \ c^2}{4\pi\varepsilon_0 \cosh(\theta)\ h\ f_0\ \ v^2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{R_n = \frac{q_e^2\ \ c^2}{4\pi\varepsilon_0 \cosh(\theta_n)\ h\ f_0\ \ {v_n}^2}}}$$

$En\ partant\ de\ \boldsymbol{2\ \pi\ R_n = n\ \lambda_{db\ n}}$

$$\boxed{\boldsymbol{R_n = n\frac{\lambda_{db\ n}}{2\pi}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{c}{\sinh(\theta)\ f_0}}}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db\ n} = \frac{c}{\sinh(\theta_n\ )\ f_0}}$$

$\boldsymbol{\lambda_{db\ n} = \frac{c}{sinh\left(atanh\left(\frac{v_n}{c}\right)\right) f_0}}$	$\boldsymbol{R_n = \frac{n\ c}{2\pi\ \left(sinh\left(atanh\left(\frac{v_n}{c}\right)\right)\right) f_0}}$

Calculons la première orbite :

$2\ \pi\ R_1 = \lambda_{db\ 1}$

Vitesse de l'électron sur la première orbite :

$$\boldsymbol{v_{orb1} = \frac{q_e^2}{2\ \varepsilon_0\ h}}$$

$$v_{orb1} = \frac{(1{,}60217663400\mathrm{E} - 19\ \mathrm{C})^2}{(2) * \left(8{,}85418781280\mathrm{E} - 12\frac{\mathrm{f}}{\mathrm{m}}\right) * \left(6{,}62607015000\mathrm{E} - 34\frac{\mathrm{j}}{\mathrm{Hz}}\right)}$$

V_{orb1} = (1,602176634E-19)^2/((2)(8,8541878128E-12)*(6,62607015E-34))*

$$\boxed{\boldsymbol{v_{orb1} = 2{,}18769126364\mathrm{E} + 06\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

Évaluons θ:

$$\boldsymbol{\theta = atanh(v/c)}$$

θ_1 = *atanh(2,18769126364E+06/2,99792458E+08)*

$$\boxed{\boldsymbol{\theta_1 = 7{,}29748210473\mathrm{E}\text{-}03}}$$

et la fréquence "énergétique" de l'électron au repos, f_{0e}

$$\boldsymbol{f_{0e} = \frac{m_{0e}c^2}{h}}$$

$$f_{0e} = \frac{(9{,}10938370150\mathrm{E} - 31\ \mathrm{kg}) * \left(2{,}99792458000\mathrm{E} + 08\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{\left(6{,}62607015000\mathrm{E} - 34\frac{\mathrm{j}}{\mathrm{Hz}}\right)}$$

f_{0e} = ((9,1093837015E-31)(2,99792458E+08^2))/(6,62607015E-34)*

$$\boxed{\boldsymbol{f_{0e} = 1{,}23558996381\mathrm{E} + 20\ \mathrm{Hz}}}$$

La longueur d'onde et la circonférence de la première orbite sont :

$$\boldsymbol{\lambda_{db}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\mathbf{sinh}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{f_{0e}}}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db\ orb1}} = \frac{2{,}99792458000\mathrm{E}{+}08\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{\left(\sinh(7{,}29748210473\mathrm{E}{-}03)\right)*\left(1{,}23558996381\mathrm{E}{+}20\frac{\mathrm{cycle}}{\mathrm{s}}\right)}$$

$\lambda_{db\ orb1}$ = (2,99792458E+08)/((sinh(7,29748210473E-03))(1,23558996381E+20))*

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{db\ orb1}} = \mathbf{3{,}32482994706E - 10\ m}}$$

Rayon de l'orbite 1

$$\boldsymbol{2\,\pi\,R_n = n\,\lambda_{db}} \quad => \quad \boldsymbol{2\,\pi\,R_1 = \lambda_{db\,1}}$$

$$\boldsymbol{R_1} = \frac{\boldsymbol{\lambda_{db\ orb1}}}{\boldsymbol{2\pi}}$$

$$R_1 = \frac{(3{,}32482994706\mathrm{E} - 10\ \mathrm{m})}{(2 * 3{,}1415926536)}$$

*R_1 = (3,32482994706E-10)/(2*3,1415926536)*

$$\boxed{\boldsymbol{R_{orb1}} = \mathbf{0{,}0529163121013E - 09\ m} \qquad \mathbf{0{,}0529\ nm}\ \textbf{(rayon de Bohr)}}$$

Énergie cinétique de la première orbite

$$\boldsymbol{E_{cinétique}} = \boldsymbol{f_0}(\boldsymbol{cosh}(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{1})$$

$$E_{cinétique\ 1} = (1{,}23558996381\text{E} + 20\ \text{Hz}) * ((\cosh(7{,}29748210473\text{E} - 03)) - 1)$$

$E_{cinétique\ 1}$ = (1,23558996381E+20)((cosh(7,29748210473E-03))-1)*

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ 1}} = \mathbf{3{,}28997335750E + 15\ Hze}$$

Selon la prémisse du début, E en Hze, E = f et f = E, donc nous pouvons assigner

$f_{cinétique}$ = $E_{cinétique}$

$$\boxed{\boldsymbol{f_{c\ orb1}} = \mathbf{3{,}28997335750E + 15\ Hz}}$$

Conversion de l'énergie cinétique en Hze en électron-volt, Ev

$$E_{cinétique} = (3{,}28997335750\text{E} + 15\ \text{Hze}) * \left(4{,}13566769600\text{E} - 15\frac{\text{eV}}{\text{Hz}}\right)$$

$E_{cinétique}$ = (3,2899733575E+15)(4,135667696E-15)*

$$\boxed{\boldsymbol{E_{cinétique\ orb1}} = \mathbf{13{,}6062365353\ eV}}$$

$$\boldsymbol{E_{totale}} = \boldsymbol{f_c} + \boldsymbol{f_0}$$

$$f_{totale\ 1} = (3{,}28997335750\text{E} + 15\ \text{Hz}) + (1{,}23558996381\text{E} + 20\ \text{Hz})$$

$f_{totale\ 1}$ = (3,2899733575E+15)+(1,23558996381E+20)

$$\boldsymbol{f_{t\,1}} = \mathbf{1{,}23562286354E + 20\ Hz}$$

Calcul pour le 2e niveau d'énergie orbital

Vitesse de l'électron sur la deuxième orbite :

$$\boldsymbol{v_n = \frac{q_e^2}{n\,2\varepsilon_0\,h} \quad => \; v_n = \frac{v_1}{n}}$$

$$\boldsymbol{v_{orb2} = \frac{2,18769126364\mathrm{E}+06\ \mathrm{m/s}}{2}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_{orb2} = 1,09384563182\mathrm{E}+06\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

$$\boldsymbol{\theta = \mathrm{atanh}\,(\frac{v}{c})}$$

θ_2 = atanh(1,09384563182E+06 /2,99792458E+08)

$$\boxed{\theta_2 = 3,64869247619\mathrm{E}{-03}}$$

λ_{db} = (c)/((sinh(atanh(v/c)))*(f_0))

$\lambda_{db\,2}$ = (2,99792458E+08)/((sinh(atanh(1,09384563182E+06/2,99792458E+08)))(1,23558996381E+20))*

$$\boxed{\lambda_{db\,2} = 6,64979268864\mathrm{E}{-10}}$$

Rayon de l'orbite 2

<u>Méthode 1:</u>

$$\boldsymbol{2\,\pi\,R_n = n\,\lambda_{db\,n}}$$

$$\boldsymbol{R_n = n\,\frac{\lambda_{db\,n}}{2\pi}}$$

$$R_2 = 2\,\frac{\lambda_{db\,2}}{2\pi} \quad = \quad \frac{\lambda_{db\,2}}{\pi}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db\,2}\ venant\ du\ calcul\ avec\ sinh}$$

$$R_2 = \frac{6,64979268864\mathrm{E}-10\ \mathrm{m}}{3,1415926536}$$

$$\boxed{\boldsymbol{R_2 = \ 2,11669475386\mathrm{E}-10\ \mathrm{m}}}$$

Méthode 2:

$$\boldsymbol{R_n = \frac{q_e^2}{4\pi\varepsilon_0\, m_r\, {v_2}^2} = \frac{q_e^2\, c^2}{4\pi\varepsilon_0 \cosh(\theta_n)\, h\, f_0\, {v_n}^2}}$$

$$R_2 = \frac{(1{,}602176634E-19\ c)^2 * \left(2{,}99792458E+08\frac{m}{s}\right)^2}{4 * 3{,}1415926536 * \left(8{,}8541878128E-12\frac{F}{m}\right) * (\cosh(3{,}64869247619E-03) * \left(6{,}62607015E-34\frac{j}{Hz}\right) * (1{,}23558996381E+20\ Hz) * \left(1{,}09384563182E+06\frac{m}{s}\right)^2}$$

R_2 = (((1,602176634E-19)^2)((2,99792458E+08)^2))/(4*3,1415926536*8,8541878128E-12*(cosh(3,64869247619E-03))* 6,62607015E-34*1,23558996381E+20*((1,09384563182E+06)^2))*

$$\boxed{\boldsymbol{R_2 = 2{,}11669475386E-10\ \mathrm{m}}}$$

Méthode 3

$$\boldsymbol{R_n = \frac{n\, c}{2\pi\left(\sinh\left(\operatorname{atanh}\left(\frac{v_n}{c}\right)\right)\right) f_0}}$$

*R_2 =(2*2,99792458E+08)/(2*3,1415926536*(sinh(atanh(1,09384563182E+06/2,99792458E+08)))*1,23558996381E+20)*

$$\boxed{\boldsymbol{R_2 = 2{,}11669475386E-10\ \mathrm{m}}}$$

Comparaison, méthode de Bohr: [1]
(non relativiste)

$$R = n^2\left(\frac{4\,\pi\,\epsilon_0\,\hbar^2}{m\,e^2}\right)$$

$$R = 2^2 * \left(\frac{(4 * 3{,}1415926536 *\ 8{,}8541878128\mathrm{E}-12\ \left(\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right) * \left(6{,}62607015\mathrm{E}-34\ \left(\frac{\mathrm{j}}{\mathrm{hz}}\right)\right)^2)}{(2)^2 * (3{,}1415926536)^2 * (9{,}1093837015\mathrm{E}-31\ (\mathrm{kg})) * \left(1{,}602176634\mathrm{E}-19\ (\mathrm{c})\right)^2}\right)$$

$$R = 2^2 * \left(\frac{8{,}8541878128\mathrm{E}-12\ \left(\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}\right) * \left(6{,}62607015\mathrm{E}-34\ \left(\frac{\mathrm{j}}{\mathrm{hz}}\right)\right)^2)}{3{,}1415926536 * (9{,}1093837015\mathrm{E}-31\ (\mathrm{kg})) * \left(1{,}602176634\mathrm{E}-19\ (\mathrm{c})\right)^2}\right)$$

R = (2^2)(8,8541878128E-12*((6,62607015000E-34)^2))/(3,1415926536*9,1093837015E-31*((1,602176634E-19)^2))*

$$\boxed{\boldsymbol{R_2 = 2{,}11670884362E-10\ \mathrm{m}}}$$

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 147, (4.24))

Énergie cinétique de l'électron sur le deuxième niveau d'énergie

$$\boldsymbol{E_{cinétique}} = \mathbf{f_0} * \left(\mathbf{cosh}\left(\mathbf{atanh}\left(\frac{\mathbf{v}}{\mathbf{c}}\right)\right) - \mathbf{1}\right)$$

$$E_{cinétique\ 2} = (1{,}23558996381\text{E} + 20\ \text{Hz}) * \left(\cosh\left(\text{atanh}\left(\frac{1{,}09384563182\text{E} + 06\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}\right)\right) - 1\right)$$

$E_{cinétique\ 2}$ = (1,23558996381E+20)((cosh(atanh(1,09384563182E+06/2,99792458E+08)))-1)*

$$\boxed{\boldsymbol{E_{cinétique\ 2}} = \mathbf{8{,}22468702116E + 14\ Hze}}$$

Conversion en eV

$$E_{cinétique\ 2} = (8{,}22468702116\text{E} + 14\ \text{Hze}) * (4{,}13566769600\text{E} - 15\ \text{eV/Hz})$$

$E_{cinétique\ 2}$ = (8,22468702116E+14)(4,135667696E-15)*

$$\boxed{\boldsymbol{E_{cinétique\ 2}} = \mathbf{3{,}40145724231\ eV}}$$

Différence énergétique entre les niveaux d'énergie

Dans le système d'unités Hze, l'énergie est égale à la fréquence énergétique du niveau. La différence d'énergie est une différence de fréquence. Calculons la différence entre le niveau 1 et le niveau 2.

$E_{cinétique} = f_{cinétique}$

$\boldsymbol{\delta f_{c\,1\text{-}2} = f_{c1} - f_{c2}}$

$$\mathbf{\delta\, f_{c\,1-2} = 3,28997335750E + 15\ Hz - 8,22468702116E + 14\ Hz}$$

δ $f_{c1\text{-}2}$ *= (3,2899733575E+15)-(8,22468702116E+14)*

$$\mathbf{\delta\, f_{c\,1-2} = 2,46750465538E + 15\ Hz}$$

Convertir en longueur d'onde en prenant « c » comme vitesse de l'onde

$$\boldsymbol{\lambda = c/f}$$

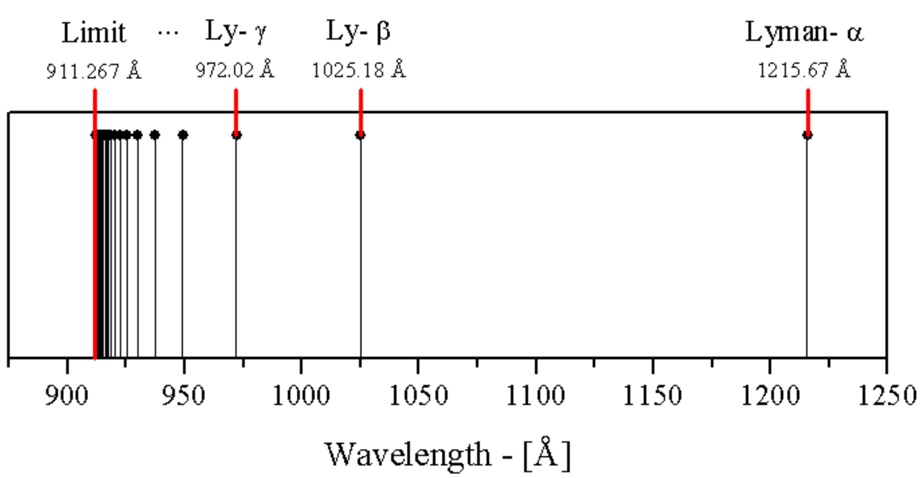
$$\lambda_{1-2} = \frac{2{,}99792458000\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}46750465538\text{E} + 15\ \text{Hz}}$$

$\lambda_{1\text{-}2}$ *=(2,99792458000E+08)/(2,46750465538E+15)*

$$\boxed{\mathbf{\lambda_{1-2} = 1214,96207655E - 10\ m}}$$

C'est la longueur du photon émis ou absorbé lors des transitions entre les niveaux 1 et 2; la première raie de Lyman *(précision du calcul à affiner en prenant en compte d'autres paramètres).*

La différence des fréquences "d'énergie cinétique" de l'électron fournit directement la fréquence du photon émis ou absorbé. On constate un lien direct entre la fréquence de l'électron et celle du photon.



Par Adriferr sur Wikipédia anglais — Transféré de en.wikipedia à Commons., Domaine public, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4837779
https://fr.wikipedia.org/wiki/S%C3%A9rie_de_Lyman

Correction de masse réduite [1]

L'électron et le noyau d'hydrogène tournent tous les deux autour du centre de masse commun. Ce phénomène donne une orbite et une énergie légèrement différentes par rapport aux formules présentées jusqu'ici, ceci d'autant plus que le noyau atomique est léger. La précision du calcul des énergies peut être affinée en attribuant une valeur de masse « au repos » légèrement réduite pour l'électron. Cette masse réduite « μ_e » s'évalue ainsi:

$$\mu_e = \frac{m_e\, M_{noyau}}{m_e + M_{noyau}}$$

$$m_e \equiv masse\ de\ l'électron$$
$$M_{noyau} \equiv masse\ du\ noyau$$

$$\mu_{e\ proton} = \frac{(9{,}109383701500\text{E} - 31\ \text{kg}) * (1{,}67262192369\text{E} - 27\ \text{kg})}{(9{,}109383701500\text{E} - 31\ \text{kg}) + (1{,}67262192369\text{E} - 27\ \text{kg})}$$

*μ_{ep} = ((9,109383701500E-31) * (1,672621923690E-27)) / ((9,109383701500E-31) + (1,672621923690E-27))*

μ_{ep} = 9,104425276524E-31 kg

Fréquence énergétique réduite de l'électron « au repos » lié à un proton

$$f_{0r\ ep} \equiv fréquence\ énergétique\ réduite\ de\ l'électron \text{ « } au\ repos \text{ » } lié\ à\ un\ proton$$

$$\boldsymbol{f}_{\mathbf{0r\ ep}} = \frac{(\mathbf{9{,}104425276524E - 31\ Kg * c^2})}{\mathbf{h}}$$

$f_{0r\ ep}$ = ((9,104425276524E-31) ((2,997924580000E+08)^2))/ 6,626070150000E-34*

***$f_{0r\ ep}$* = 1,234917406768E+20 Hz**

<u>Il est aussi possible de faire un calcul équivalent directement à partir des fréquences énergétiques au repos.</u>

$$f_{0r\ e\ noyau} = \left(\frac{f_{0\ e}\ \ f_{0\ noyau}}{f_{0\ e} +\ f_{0\ noyau}}\right)$$

$$f_{0\ e} \equiv fréquence\ énergétique\ de\ l'électron \text{ au repos}$$
$$f_{0\ noyau} \equiv fréquence\ énergétique\ du\ noyau\ atomique \text{ au repos}$$

$$f_{0r\ e\ proton} = \frac{(1{,}235589963814\text{E} + 20\ \text{Hz}) * (2{,}268731815319\text{E} + 23\ \text{Hz})}{(1{,}235589963814\text{E} + 20\ \text{Hz}) + (2{,}268731815319\text{E} + 23\ \text{Hz})}$$

*$f_{0r\ ep}$ = ((1,235589963814E+20) * (2,268731815319E+23)) / ((1,235589963814E+20) + (2,268731815319E+23))*

***$f_{0r\ ep}$* = 1,234917406774E+20 Hz**

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 148)

Énergie cinétique de l'électron selon le niveau orbital et la masse réduite

$v_n = \dfrac{Z\, q_e^2}{n\, 2\varepsilon_0\, h}$ => $v_1 = \dfrac{Z\, q_e^2}{2\varepsilon_0 h}$	$V_{orbite\, n} = \left(\dfrac{v_1}{n}\right)$	$\theta_n = atanh(\dfrac{v_1}{n\, c})$

Z est le numéro atomique. Les formules sont applicables pour les autres atomes hydrogénoïdes en plus de l'hydrogène pourvu qu'ils soient ionisés. Les hydrogénoïdes: un seul électron autour du noyau.

Pour l'hydrogène

$$E_{cinétique\, n} = f_{c\, n} = f_{0r\, ep}\left(\left(cosh(\theta_n)\right) - 1\right)$$

$$E_{c\, n} = f_{c\, n} = f_{0r\, ep}\left(\left(cosh\left(atanh\left(\frac{v_1}{n\, c}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$\boxed{E_{c\, n}\, (Hze) = f_{c\, n} = f_{0r\, ep}\left(\left(cosh\left(atanh\left(\frac{Z\, q_e^2}{n\, 2\varepsilon_0 h\, c}\right)\right)\right) - 1\right)}$$

v_1 /c = ((1,602176634E-19)^2/((2)(8,8541878128E-12)*(6,62607015E-34)))/2,99792458E+08*

$$\theta_n = atanh\left(\frac{7{,}29735256928E - 03}{n}\right)$$

$E_{c\,n}$ (Hze) = (1,234917406774E+20)((cosh(atanh(7,29735256928E-03/n)))-1)*

Conversion en eV

$$E_{c\, n}(\mathrm{eV}) = (\mathrm{E_{c\, n}\ \ Hze}) * \left(4{,}135667696000\mathrm{E} - 15\,\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{Hz}}\right)$$

Énergie cinétique pour l'hydrogène.
Les 6 premiers niveaux d'énergie.

n	Ec (Hze)	Ec (eV)
1	3,28818255729E+15	13,60
2	8,22021015481E+14	3,40
3	3,65340646961E+14	1,51
4	2,05503714940E+14	0,85
5	1,31522259374E+14	0,54
6	9,13348577616E+13	0,38

Énergie totale de l'électron, sa longueur d'onde, le rayon de l'orbite selon le niveau orbital et la masse réduite (1 électron, 1 proton)

$$\boldsymbol{E_{totale\ n}}\ (Hze) = \boldsymbol{f_{t\ n}} = \boldsymbol{f_{0r\ ep}}\ \ (\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_n}))$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db\ n}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{f_{0r\ ep}}\ \ (\mathbf{sinh}(\boldsymbol{\theta_n}))}$$

$$\boldsymbol{R_n} = \boldsymbol{n}\ \frac{\boldsymbol{\lambda_{db\ n}}}{\mathbf{2}\ \boldsymbol{\pi}}$$

Pour le niveau 1

$\boldsymbol{\theta_1}$ = *atanh(7,29735256928E-03/1)*

$$\boldsymbol{E_{totale}} = \boldsymbol{f_t} = \boldsymbol{f_{0r\ ep}}\ \ (\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_n}))$$

$f_{t\,1}$ *= 1,234917406774E+20*(cosh(atanh(7,29735256928E-03/1)))*

$f_{t\,1}$ = 1,23495028860E+20 Hz

$\lambda_{db\,1}$ *= 299792458/(1,234917406774E+20*(sinh(atanh(7,29735256928E-03/1))))*

$\lambda_{db\,1}$ = 3,32664070604E-10 m

R_1 *= 3,32664070604E-10/(2 *pi())*

R_1 = 5,29451312257E-11 m

R_1 = 0,529451312257E-10 m

Formules pour le calcul des raies d'émission ou d'absorption selon le saut de couche énergétique

$$v_1 = \frac{Z\,q_e^2}{2\varepsilon_0 h}$$

$$v_{orbite\;n} = \left(\frac{v_1}{n}\right)$$

$$\theta_n = atanh(\frac{v_1}{n\,c})$$

$$E_{c\,n}\;(Hze) = f_{c\,n} = f_{0r\;e\;noyau}\left(\left(cosh(\theta_n)\right) - 1\right)$$

$$\lambda_{\mathrm{Photon}}\;\mathrm{n_a} - \mathrm{n_b} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{f_{c\;n_a}} - \mathrm{f_{c\;n_b}}} \qquad \mathrm{n_a} < \mathrm{n_b}\;\;\mathrm{et}\;\;\mathrm{n} \geq 1$$

$$\boxed{\lambda_{\mathrm{P}}\;\mathrm{n_a} - \mathrm{n_b} = \frac{\mathrm{c}}{f_{0r\;e\;noyau}\;\left(\left(\left(cosh(\theta_{n_a})\right) - 1\right) - \left(\left(cosh(\theta_{n_b})\right) - 1\right)\right)} \qquad \mathrm{n_a} < \mathrm{n_b}\;\;\mathrm{et}\;\;\mathrm{n} \geq 1}$$

Pour l'hydrogène (1p): Formule simplifiée en exécutant les opérations sur les valeurs constantes

$$\theta_n = atanh\left(\frac{v_1}{n\,c}\right)$$

$$\frac{v_1}{c} = \frac{2{,}18769126364E+06}{2{,}99792458000E+08} = 7{,}29735256928E-03 \quad ET \quad \frac{c}{f_{0r\;ep}} = \frac{2{,}99792458000E+08}{1{,}234917406774E+20} = 2{,}42763164853E-12$$

$$\theta_n = atanh\left(\frac{7{,}29735256928E-03}{n}\right)$$

$$\lambda_{\mathrm{P}}\;\mathrm{n_a} - \mathrm{n_b} = \frac{(2{,}42763164853E-12)}{\left(\left(cosh(\theta_{n_a})\right) - 1\right) - \left(\left(cosh(\theta_{n_b})\right) - 1\right)} \qquad \mathrm{n_a} < \mathrm{n_b}\;\;\mathrm{et}\;\;\mathrm{n} \geq 1$$

λ_P = (2,42763164853E-12)/(((cosh(atanh(7,29735256928E-03/na)))-1)-((cosh(atanh(7,29735256928E-03/nb)))-1))

Niveau 1 moins niveau 2

$\boldsymbol{\theta_1}$ = *atanh(*7,29735256928E-03/*1)*

$\boldsymbol{\theta_1}$ = 7,29748210472E-03

$\boldsymbol{\theta_2}$ = *atanh(*7,29735256928E-03/*2)*

$\boldsymbol{\theta_2}$ = 3,64869247618E-03

$\boldsymbol{\lambda_P\ 1-2}$ = ((2,42763164853E-12))/(((cosh(θ_{na}))-1)-((cosh(θ_{nb}))-1))

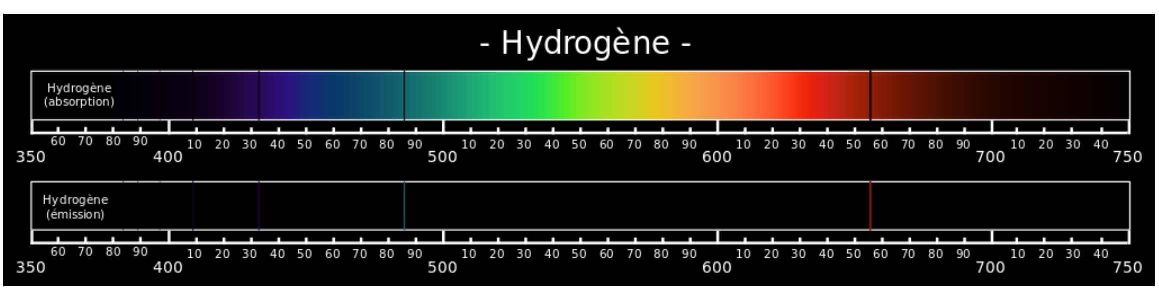
$\boldsymbol{\lambda_P\ 1-2}$ = ((2,42763164853E-12))/(((cosh(7,29748210472E-03))-1)-((cosh(3,64869247618E-03))-1))

$\boldsymbol{\lambda_P\ 1-2}$ = 1,21562376559E-07 m

Les différentes séries de raies évaluées avec la formule :

λ_P = (2,42763164853E-12)/(((cosh(atanh(7,29735256928E-03/na)))-1)-((cosh(atanh(7,29735256928E-03/nb)))-1))

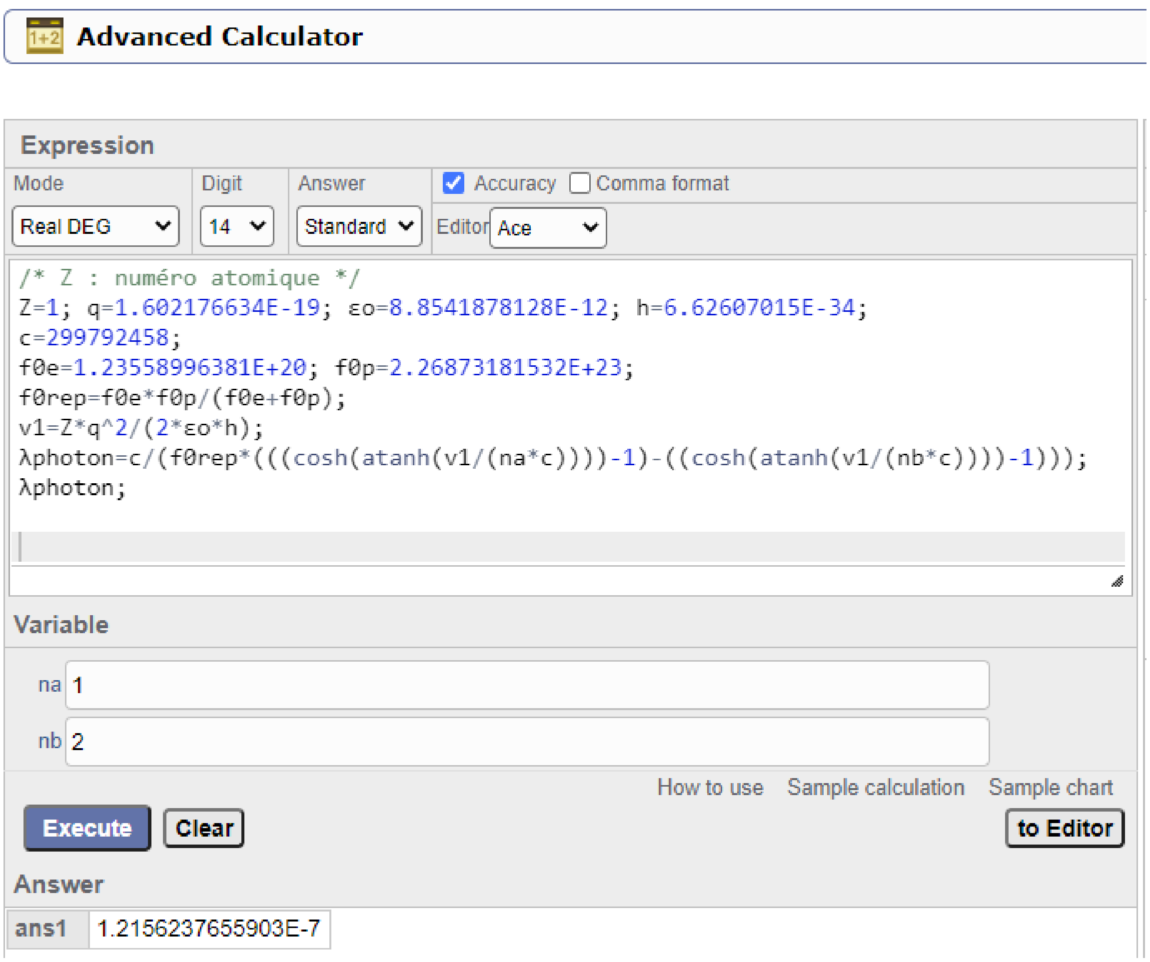
	Série de Lyman	Série de Balmer	Série de Paschen	Série de Brackett	Série de Pfund	Série de Humphreys	Série de Hansen-Strong
na/nb	1	2	3	4	5	6	7
1							
2	121,562377E-09						
3	102,568824E-09	656,460139E-09					
4	097,250630E-09	486,267713E-09	001,875614E-06				
5	094,971403E-09	434,167991E-09	001,282159E-06	004,052265E-06			
6	093,777523E-09	410,288952E-09	001,094110E-06	002,625869E-06	007,459862E-06		
7	093,072048E-09	397,119300E-09	001,005214E-06	002,166121E-06	004,653781E-06	012,371903E-06	
8	092,619821E-09	389,014899E-09	954,860049E-09	001,945089E-06	003,740559E-06	007,502497E-06	019,061905E-06
9	092,312306E-09	383,647049E-09	923,155832E-09	001,817910E-06	003,296994E-06	005,908217E-06	011,308700E-06
10	092,093592E-09	379,897448E-09	901,739603E-09	001,736687E-06	003,039205E-06	005,128661E-06	008,760069E-06
11	091,932435E-09	377,170005E-09	886,522809E-09	001,681113E-06	002,872999E-06	004,672512E-06	007,508109E-06
12	091,810239E-09	375,121640E-09	875,288681E-09	001,641169E-06	002,758270E-06	004,376458E-06	006,771995E-06
13	091,715366E-09	373,542860E-09	866,740976E-09	001,611373E-06	002,675134E-06	004,170798E-06	006,291920E-06



https://fr.wikipedia.org/wiki/Spectre_de_l%27atome_d%27hydrog%C3%A8ne#cite_ref-http://physics.nist.gov/cgi-bin/ASD/lines1.pl_1-0

Exemple de programme de calcul compatible au site :
https://keisan.casio.com/calculator

```
/* Z : numéro atomique */
Z=1; q=1.602176634E-19; εo=8.8541878128E-12; h=6.62607015E-34;
c=299792458;
f0e=1.23558996381E+20; f0p=2.26873181532E+23;
f0rep=f0e*f0p/(f0e+f0p);
v1=Z*q^2/(2*εo*h);
λphoton=c/(f0rep*(((cosh(atanh(v1/(na*c))))-1)-((cosh(atanh(v1/(nb*c))))-1)));
λphoton;
```



Comparaison de la raie N2-N4 de la série Balmer entre l'atome d'hydrogène et celle du deutéron [1]

$f_{0r\ epn} \equiv f_0$ réduite de l'électron lié au deutéron (1 électron, un noyau de 1 proton et 1 neutron)

$$f_{0\ e} = 1{,}23558996381\text{E} + 20\ \text{Hz}$$

$$f_{0noyau\ d} = 4{,}53520480219\text{E} + 23\ \text{Hz}$$

$$\boldsymbol{f_{0r\ epn}} = \left(\frac{\boldsymbol{f_{0\,e}\ f_{0noyau\,d}}}{\boldsymbol{f_{0\,e} + f_{0noyau\,d}}}\right)$$

$f_{0r\ epn}$ *= ((1,23558996381E+20) * (4,53520480219E+23)) / ((1,23558996381E+20) + (4,53520480219E+23))*

$f_{0r\ epn}$ = 1,23525342625E+20 Hz

$$\boldsymbol{\lambda_{Photon}\quad n_a - n_b} = \frac{\mathbf{c}}{\boldsymbol{f_{or\ epn}}\left(\left(\left(\boldsymbol{cosh}(\boldsymbol{\theta_{n_a}})\right) - \mathbf{1}\right) - \left(\left(\boldsymbol{cosh}(\boldsymbol{\theta_{n_b}})\right) - \mathbf{1}\right)\right)}$$

$$\boldsymbol{\theta_n} = \boldsymbol{atanh}\left(\frac{\boldsymbol{Z\ v_1}}{\boldsymbol{n\ c}}\right)$$

$$\frac{v_1}{c} = \frac{2{,}18769126364\text{E} + 06}{2{,}99792458000\text{E} + 08} = 7{,}29735256928\text{E} - 03 \quad ET \quad \frac{c}{f_{0r\ epn}} = \frac{2{,}99792458000\text{E} + 08}{1{,}23525342625\text{E} + 20} = 2{,}42697127269\text{E} - 12$$

$\boldsymbol{\lambda_{P\ D}}$ *= (2,42697127269E-12)/(((COSH(ATANH(7,29735256928E-03/2)))-1)-((COSH(ATANH(7,29735256928E-03/4)))-1))*

$$\boldsymbol{\lambda_{P\,D}} = \mathbf{4{,}86135436549E - 07\ m}$$

$\boldsymbol{\lambda_{P\ H}}$ *= (2,42763164853E-12)/(((COSH(ATANH(7,29735256928E-03/2)))-1)-((COSH(ATANH(7,29735256928E-03/4)))-1))*

$$\boldsymbol{\lambda_{P\,H}} = \mathbf{4{,}86267713391E - 07\ m}$$

(486,135 nm mesuré dans l'air)

$\boldsymbol{\lambda_{P\,H} - \lambda_{P\,D}}$ *= (4,86267713391E-07)-(4,86135436549E-07)*

$$\lambda_{P\,H} - \lambda_{P\,D} = 1{,}32276842E - 10\ m$$

$$\boldsymbol{\lambda_{P\,H} - \lambda_{P\,D}} \approx \mathbf{1{,}32E - 10\ m}$$

1: http://physique.coursgratuits.net/physique-quantique-corpusculaire/modele-de-bohr.php
Hypothèse du neutron

Énergie d'ionisation et effet photoélectrique [1,2]

Jusqu'à présent, nous avons vu qu'un photon avec une certaine fréquence peut changer le niveau d'énergie d'un électron. Pour ce faire, la fréquence du photon doit être égale à la différence de fréquence d'énergie cinétique du niveau de départ au niveau d'arrivée. L'énergie portée par le photon doit être égale à l'énergie nécessaire pour que l'électron aboutisse sur une orbite stationnaire, sinon le photon est sans effet. Par contre, si l'énergie du photon est suffisante pour libérer l'électron de l'attraction du noyau, la contrainte de l'orbite stationnaire ne s'applique plus et l'électron est libéré. L'atome se retrouve ionisé, il a une charge positive en surplus.

L'énergie requise pour arracher l'électron de l'atome s'appelle « énergie d'ionisation ». Cette énergie dépend de l'énergie d'attraction (de liaison) que subit l'électron par le noyau, donc de la couche de départ de l'électron. Il s'agit de fournir au minimum l'énergie inverse. Donc, ajouter de l'énergie cinétique à l'électron par l'entremise d'un photon.

Nous identifierons l'énergie de liaison par le signe négatif. Pour l'électron sur le premier niveau d'énergie, celle-ci vaut -13,6 eV pour l'atome d'hydrogène.

Conversion eV en Hze (unité de mesure de l'énergie en Hze)

$$E_{liaison} = -13{,}6eV * 2{,}41798924200\mathrm{E}+14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}$$
$$E_{liaison} = -3{,}28846536912\mathrm{E}+15\ \mathrm{Hze}$$

Il faut un photon de fréquence de 3,28846536912E+15 Hz pour ioniser l'atome d'hydrogène.

$$\lambda_{photon} = \frac{\mathrm{c}}{3{,}28846536912\mathrm{E}+15\ \mathrm{Hz}} = \frac{2{,}9979245800\mathrm{E}+08\ \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{3{,}28846536912\mathrm{E}+15\ \mathrm{Hz}}$$

$$\lambda_{photon} = 91{,}1648517923\mathrm{E}-09\ \mathrm{m} = 91{,}164\ \mathrm{nm}$$

Si l'énergie du photon dépasse l'énergie d'ionisation, le surplus énergétique se retrouve dans l'énergie cinétique de l'électron éjecté.

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ électron\ libre} = E_{photon} - E_{liaison}}$$

Plus la fréquence du photon est proche d'une fréquence d'ionisation, plus il a une probabilité d'ioniser l'atome.

---

1. https://www.laradioactivite.com/site/pages/Effet_Photoelectrique.htm
2. L'effet photoélectrique : https://vimeo.com/240026858

Si le photon possède une fréquence bien supérieure à l'énergie nécessaire pour être absorbée par un électron, celui-ci ne fait que rebondir sur l'électron en perdant un peu d'énergie au profit de celui-ci. C'est la diffusion Compton que nous aborderons plus loin. Pour un atome léger comme le carbone, l'effet Compton l'emporte au-dessus de 20 keV. Pour le cuivre c'est au-dessus de 130 keV ; pour le plomb de 600 keV. [1]

Une autre avenue pour calculer la longueur d'onde du photon requis pour arracher l'électron du premier niveau, est de prendre la formule du calcul des raies d'émission selon le saut de couche énergétique et de mettre nb à l'infini. En prenant 1 * 10^{300} comme infini, ceci offre une approximation de la longueur d'onde.

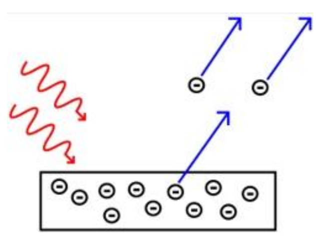
λ_P = (2,42763164853E-12)/(((cosh(atanh(7,29748210472E-03/na)))-1)-((cosh(atanh(7,29748210472E-03/nb)))-1))

λ_P = (2,42763164853E-12)/(((cosh(atanh(7,29748210472E-03/1)))-1)-((cosh(atanh(7,29748210472E-03/1E300)))-1))

λ_P = 91,1694558906E-09 m = 91,169 nm

Effet photoélectrique

En physique, l'**effet photoélectrique** (EPE) désigne en premier lieu l'émission d'électrons par un matériau soumis à l'action de la lumière. C'est le même principe de base que l'énergie d'ionisation, mais appliquer à un électron dans un matériau. Le photon lui fournit l'énergie cinétique pour se libérer.



Constatations expérimentales de l'émission photoélectrique

- Les électrons ne sont émis que si la fréquence de la lumière est suffisamment élevée et dépasse une fréquence limite appelée fréquence seuil.
- Cette fréquence seuil dépend du matériau et est directement liée à l'énergie de liaison des électrons qui peuvent être émis.
- Le nombre d'électrons émis par unité de temps lors de l'exposition à la lumière est proportionnel à l'intensité de la source lumineuse.
- La vitesse des électrons émis ne dépend pas de l'intensité de la source lumineuse.
- L'énergie cinétique des électrons émis dépend linéairement de la fréquence de la lumière incidente.

1. https://www.laradioactivite.com/site/pages/Effet_Compton.htm

Énergie cinétique de l'électron

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ electron\ libre}} = \boldsymbol{E_{Photon}} - \boldsymbol{E_{seuil}}$$

<u>Exemple 1:</u>

De la lumière ayant une longueur d'onde de 100 nm arrive sur un métal (travail d'extraction = 4,8 eV). Quelle est l'énergie cinétique de l'électron et sa vitesse ? [1]

$E_{seuil} = 4{,}8\mathrm{eV}$
λ_P = 100E-09 m

$$E_{Photon} = \frac{c}{\lambda_P} = \frac{\left(299792458\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{100\mathrm{E} - 09\ \mathrm{m}}$$

$$\boldsymbol{E_{Photon} = 2,9979245800\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze}}$$

$$E_{seuil} = 4{,}8\mathrm{eV} * \ 2{,}41798924200\mathrm{E} + 14\,\frac{\mathrm{Hz}}{\mathrm{eV}}$$

$$\boldsymbol{E_{Seuil} = 1,16063483616\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze}}$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ electron}} = \boldsymbol{E_{Photon}} - \boldsymbol{E_{Seuil}}$$

$$E_{cinétique\ electron} = 2{,}9979245800\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze} - \ 1{,}16063483616\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze}$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ electron} = 1,83728974384\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze}}$$

$$E_{cinétique\ electron} = 1{,}83728974384\mathrm{E} + 15\ \mathrm{Hze} * \ 4{,}13566769600\mathrm{E} - 15\ \mathrm{eV/Hz}$$

$$\boldsymbol{E_{cinétique\ electron} = 7,59841984179\ \mathrm{eV}}$$

v = c(tanh(acosh((f_c/ f_0)+1)))*

***v** = (2,99792458E+08)*(tanh(acosh((1,83728974384E+15/*1,23558996381E+20*)+1)))*

***v* = 1,63486726021E+06 m/s**

---

1. Calcul méthode standard: Physics - Modern Physics (3 of 26) The Photoelectric Effect : https://www.youtube.com/watch?v=kZWgnz5z1_w

Exemple 2:

Des électrons ayant une vitesse maximale de 500 000 m/s sont éjectés d'un métal quand on l'éclaire avec de la lumière ayant une longueur d'onde de 400 nm. Quelle est la longueur d'onde seuil de ce métal ? [1]

v_e = 5E5 m/s
λ_{photon} = 400E-9 m

$$f_{cinétique\ e} = f_{o\ e}\ ((cosh(atanh\ (\frac{v}{c}) - 1)$$

$f_{cinétique\ e}$ = *1,23558996381E+20*((cosh(atanh(5E5/2,9979245800E+08)))-1)*

$f_{cinétique\ e}$ **= 1,71847763832E+14 Hz**

$$f_{photon} = \frac{c}{\lambda_{photon}}$$

f_{photon} *= 299792458/400E-9*

f_{photon} **= 7,4948114500E+14 Hz**

$f_{seuil} = f_{photon} - f_{cinétique\ e}$

f_{seuil} *= (7,4948114500E+14)-(1,71847763832E+14)*

f_{seuil} **= 5,77633381168E+14 Hz**

Longueur d'onde seuil de ce métal = c / f_{seuil}

Longueur d'onde seuil de ce métal = 299792458/5,77633381168E+14

Longueur d'onde seuil de ce métal = 519,001269272 nm

1. https://physique.merici.ca/ondes/chap10opm.pdf exercice 10.3.13

Collision (interaction) entre particules

Le résultat des collisions découle des lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. Pour un système fermé :

- La somme des quadri-quantités de mouvement après la collision égale à la somme des quadri-quantités de mouvement avant la collision.
- La somme des quantités de mouvement $\vec{P}$ des particules après la collision égale à la somme des quantités de mouvement $\vec{P}$ des particules avant la collision, ceci selon chacun des axes (x, y, et z).

$$\Sigma \underline{P} \quad avant \quad = \quad \Sigma \underline{P} \quad après$$

$$\Sigma P_x \quad avant \quad = \quad \Sigma P_x \quad après$$
$$\Sigma P_y \quad avant \quad = \quad \Sigma y \quad après$$
$$\Sigma P_z \quad avant \quad = \quad \Sigma P_z \quad après$$

De plus $E_0^2/c^2 = \dfrac{E_t^2}{c^2} - P^2$

$$E_t^2/c^2 = E_0^2/c^2 + P^2$$

$$\cosh^2(\theta)\left(\frac{f_0^2}{c^2}\right) = \frac{f_0^2}{c^2} + \sinh^2(\theta)\frac{f_0^2}{c^2}$$

$$\boldsymbol{\cosh^2(\theta)\ f_0^2 = f_0^2 + \sinh^2(\theta)\ f_0^2}$$

Collision de 2 particules

$$cosh(\theta_1)\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + cosh(\theta_2)\left(\frac{f_{02}}{c}\right) = cosh(\theta'_1)\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + cosh(\theta'_2)\left(\frac{f_{02}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1x})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta_{2x})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) = sinh(\theta'_{1x})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta'_{2x})\left(\frac{f_{02}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1y})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta_{2y})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) = sinh(\theta'_{1y})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta'_{2y})\left(\frac{f_{02}}{c}\right)$$

$$sinh(\theta_{1z})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta_{2z})\left(\frac{f_{02}}{c}\right) = sinh(\theta'_{1z})\left(\frac{f_{01}}{c}\right) + sinh(\theta'_{2z})\left(\frac{f_{02}}{c}\right)$$

Note : le caractère « ' » est ajouté pour indiquer que c'est après la collision

Collision de 2 particules (simplification en multipliant les équations par c)

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + \cosh(\theta_2)\, f_{02} = \cosh(\theta_1')\, f_{01} + \cosh(\theta_2')\, f_{02}$$

$$\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2x})\, f_{02} = \sinh(\theta_{1x}')\, f_{01} + \sinh(\theta_{2x}')\, f_{02}$$

$$\sinh(\theta_{1y})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2y})\, f_{02} = \sinh(\theta_{1y}')\, f_{01} + \sinh(\theta_{2y}')\, f_{02}$$

$$\sinh(\theta_{1z})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2z})\, f_{02} = \sinh(\theta_{1z}')\, f_{01} + \sinh(\theta_{2z}')\, f_{02}$$

Collision de 2 particules, mutation en une nouvelle particule

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + \cosh(\theta_2)\, f_{02} = \cosh(\theta_3')\, f_{03}$$

$$\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2x})\, f_{02} = \sinh(\theta_{3x}')\, f_{03}$$

$$\sinh(\theta_{1y})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2y})\, f_{02} = \sinh(\theta_{3y}')\, f_{03}$$

$$\sinh(\theta_{1z})\, f_{01} + \sinh(\theta_{2z})\, f_{02} = \sinh(\theta_{3z}')\, f_{03}$$

Collision de 1 particule et un photon

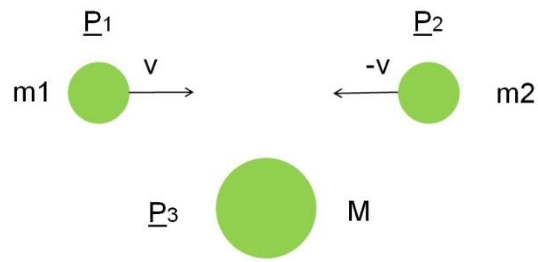
$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + f_{photon} = \cosh(\theta_1')\, f_{01} + f'_{photon}$$

$$\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + f_{x\,photon} = \sinh(\theta_{1x}')\, f_{01} + f'_{x\,photon}$$

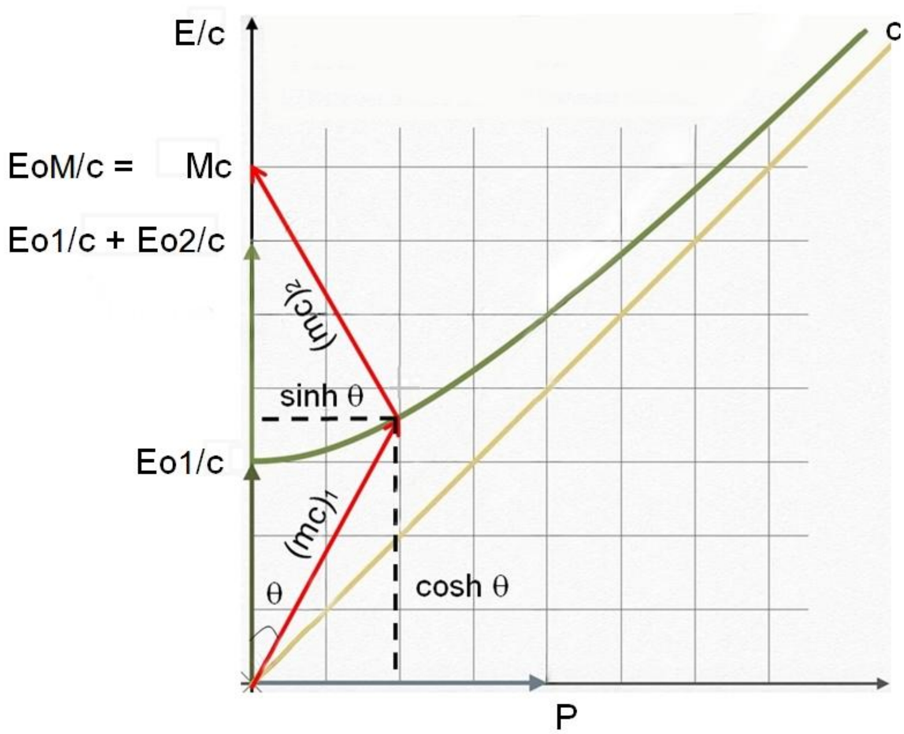
$$\sinh(\theta_{1y})\, f_{01} + f_{y\,photon} = \sinh(\theta_{1y}')\, f_{01} + f'_{y\,photon}$$

$$\sinh(\theta_{1z})\, f_{01} + f_{z\,photon} = \sinh(\theta_{1z}')\, f_{01} + f'_{z\,photon}$$

Collision de 1 électron et 1 positon, mutation en une nouvelle particule (collision inélastique) [1]



Un électron et un positon, donc de masse *m* égale, entrent en collision. Les vitesses sont identiques, mais de sens inverse. La collision est inélastique, on obtient une nouvelle particule immobile de masse M. On prend comme référentiel celui de la masse M. Quelles seront les vitesses et les énergies requises pour obtenir un Pion neutre π^0 ? Sa masse est de 140MeV.



$m_1 = m_2$, $v_1 = -v_2$ => $f_{01} = f_{02}$

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + \cosh(\theta_2)\, f_{02} = \cosh(\theta_3')\, f_{03}$$

$$\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + -\sinh(\theta_{2x})\, f_{02} = 0$$ **=> vitesse résultante nulle** $v_3 = 0$ => $\cosh(\theta_3') = 1$

1. Introduction à la relativité restreinte. Richard Taillet. Université de Grenoble https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/la-formation/447-introduction-la-relativit-restreinte/video/4730-cours-6/

$$\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_1})\, \boldsymbol{f_{01}} + \mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_2})\, \boldsymbol{f_{02}} = \boldsymbol{f'_{03}}$$

$$2\cosh(\theta_1)\ f_{01} = f'_{03}$$

$$\boxed{\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_1}) \ = \frac{\boldsymbol{f'_{03}}}{\mathbf{2}\,\boldsymbol{f_{01}}}}$$

$$(\boldsymbol{\theta_1}) \ = \boldsymbol{acosh}\left(\frac{\boldsymbol{f'_{03}}}{\mathbf{2}\,\boldsymbol{f_{01}}}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_1} = \boldsymbol{c} * \boldsymbol{tanh}(\boldsymbol{acosh}\left(\frac{\boldsymbol{f'_{03}}}{\mathbf{2}\,\boldsymbol{f_{01}}}\right))}$$

<u>Trouvons la vitesse v1</u>

$f'_{03} = 140E6\ eV *$ 2,41798924200E+14 Hz/eV

f'_{03} = *140E6*2,41798924200E+14*

f'_{03} = 3,38518493880E+22 Hz

v_1 *=299792458*tanh(acosh(3,38518493880E+22/(2*1,23558996381E+20)))*

v_1 =2,99784469956362E+08 m/s (pour plus de précision, 14 décimales après le point sont employées)

<u>Trouvons les énergies cinétiques E_{c1} et E_{c2}</u>

$E_{cinétique\ 1}$ = (f_{01})*((cosh(atanh(*v1*/2,9979245800E+08)))-1)

$E_{cinétique\ 1}$ *= (1,23558996381E+20)*((cosh(atanh(2,997844699563620E+08/2,9979245800E+08)))-1)*

***$E_{cinétique\ 1}$* = 1,68023656980E+22 Hze**

$E_{cinétique\ 1}$ *= 1,68023656980E+22*4,13566769600E-15*

$E_{cinétique\ 1}$ = 6,94890010336E+07 eV

***$E_{cinétique\ 2}$ = $E_{cinétique\ 1}$* = 69,4890010336 MeV**

***$E_{cinétique\ 1}$ + $E_{cinétique\ 2}$* = 138,978002067 MeV**

Validation

$$\boldsymbol{f'_{03}} = \mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_1})\ \boldsymbol{f_{01}} + \mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta_2})\,\boldsymbol{f_{02}}$$

$$f'_{03} = E_{t\ 01} + E_{t\ 02}$$

$$f'_{03} = E_{c\ 01} +\ f_{01} + E_{c\ 02} +\ f_{02}$$

f'_{03} = 2*(1,68023656980E+22 Hze + 1,23558996381E+20 Hze)

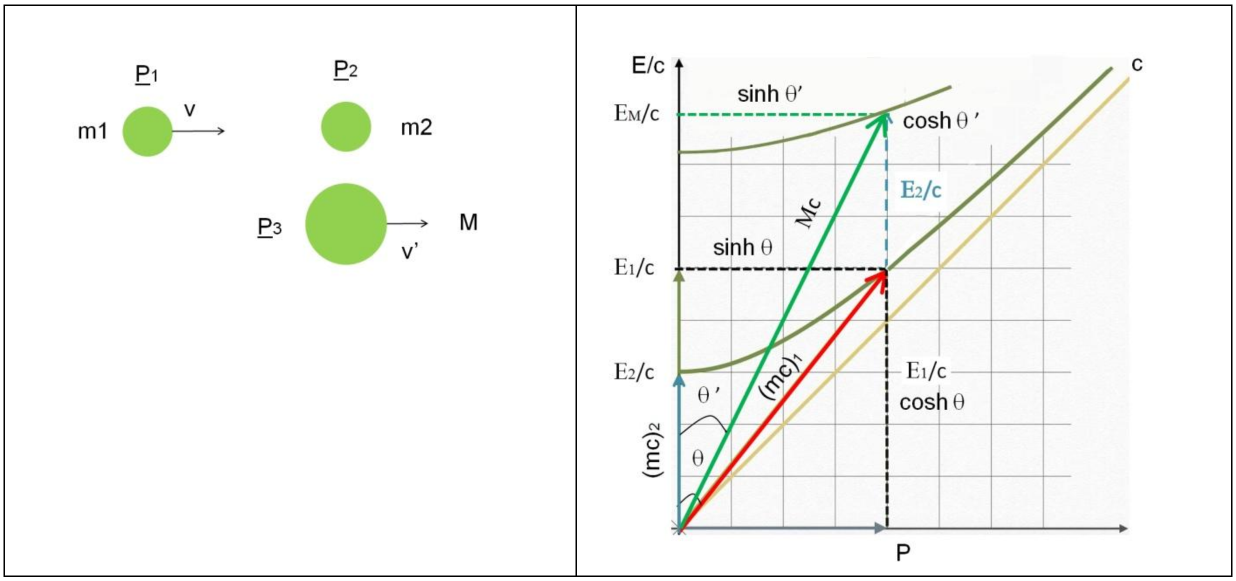
f'_{03} = 2(1,68023656980E+22+1,23558996381E+20)*

f'_{03} = 3,38518493888E+22 Hz

Toute l'énergie fournie se retrouve en énergie de masse du pion π^0.

Collision de 1 électron et 1 positon, mutation en une nouvelle particule (collision inélastique).

Deux particules de masse *m* égale qui entrent en collision. On prend comme référentiel celui de la masse m2. m2 est donc immobile. La vitesse de m1 est égale à v et est sur l'axe x vers la particule m2. La collision est un choc mou, on obtient une nouvelle particule de masse M avec une certaine énergie cinétique par rapport au référentiel de m2. Quelles seront la vitesse et l'énergie requises pour obtenir un Pion neutre π^0 ? Sa masse est de 140MeV. Quelle sera la valeur de l'énergie cinétique du pion ?



$m_1 = m_2, v_1, v_{2=0}$ => $f_{01} = f_{02}$

$$\boldsymbol{\cosh(\theta_1)\, f_{01} + f_{02} = \cosh(\theta'_3)\, f_{03}}$$

$$\boldsymbol{\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + 0 = \sinh(\theta'_{3x})\, f_{03}}$$

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + f_{01} = \cosh(\theta'_3)\, f_{03}$$

$$\sinh(\theta_{1x})\, f_{01} + 0 = \sinh(\theta'_{3x})\, f_{03}$$

$$(f'_{03})^2 = (\cosh(\theta'_3)\, f_{03})^2 - (\sinh(\theta'_{3x})\, f_{03})^2$$

$$(f'_{03})^2 = (\cosh(\theta_1)\ f_{01} + f_{01})^2 - (\sinh(\theta_{1x})\, f_{01})^2$$

$$(f'_{03})^2 = \cosh^2(\theta_1)\ (f_{01})^2 + (f_{01})^2 + 2\cosh(\theta_1)\ (f_{01})^2 - \sinh^2(\theta_{1x})\,(f_{01})^2$$

Mettre $(f_{01})^2$ en facteur :

$$(f'_{03})^2 = (f_{01})^2\ (\cosh^2(\theta_1) + 1 + 2\ \cosh(\theta_1) - \ \sinh^2(\theta_{1x}))$$

$$\cosh^2(\theta_1) - \ \sinh^2(\theta_{1x}) = 1$$

$$(f'_{03})^2 = (f_{01})^2\ (2 + 2\ \cosh(\theta_1))$$

$$\frac{(f'_{03})^2}{(f_{01})^2} - 2\ =\ 2\ \cosh(\theta_1)$$

$$\cosh(\theta_1) = \frac{(f'_{03})^2}{2(f_{01})^2} - 1$$

$$\theta_1 = acosh\left(\frac{(f'_{03})^2}{2\ (f_{01})^2} - 1\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{v_1 = c * tanh(acosh\left(\frac{(f'_{03})^2}{2\ (f_{01})^2} - 1\right))}}$$

<u>Trouvons la vitesse v1</u>

$f'_{03} = 140\text{E}6\ \text{eV} *$ 2,41798924200E+14 Hz/eV

*f'_{03} = 140E6*2,417989242E+14*

f'_{03} = 3,38518493880E+22 Hz

*v_1 = 299792458*tanh(acosh(((3,38518493880E+22)^2/(2*(1,23558996381E+20)^2)-1)))*

v_1 = 2,99792457894E+08 m/s

<u>Trouvons l'énergie cinétique E_{c1}</u>

$$\boxed{\boldsymbol{\cosh(\theta_1) = \frac{(f'_{03})^2}{2(f_{01})^2} - 1}}$$

$\cosh(\theta_1)$ = *(((3,38518493880E+22)^2)/(2*(1,23558996381E+20)^2))-1*

$\cosh(\theta_1)$ = 3,75296477591E+04

$$E_{c\,1} = f_{01} * ((\cosh(\theta_1))-1)$$

$E_{cinétique\ 1}$ = (1,23558996381E+20)((3,75296477591E+04)-1)*

$\boxed{\textbf{E}_{\textbf{cinétique 1}} \textbf{ = 4,63700205265E+24 Hze}}$

*$E_{cinétique\ 1}$ = 4,63700205265E+24*4,13566769600E-15*

$E_{cinétique\ 1}$ = 1,91770995954E+10 eV

$\boxed{\textbf{E}_{\textbf{cinétique 1}} \textbf{ = 19,177,0995954 GeV}}$

Trouvons l'énergie cinétique E_{c3}

$$\cosh(\theta'_3)\, f_{03} = \cosh(\theta_1)\, f_{01} + f_{01}$$

*$\cosh(\theta'_3)\, f_{03}$ = (3,75296477591E+04*1,23558996381E+20) +1,23558996381E+20*

$\cosh(\theta'_3)\, f_{03}$ = 4,63724917064E+24

$\cosh(\theta'_3)$ = 4,63724917064E+24/ f_{03}

$\cosh(\theta'_3)$ = (4,63724917064E+24)/(3,38518493880E+22)

$\cosh(\theta'_3)$ = 1,36986582845E+02

$E_{cinétique\ 3} = f_{03}*((\cosh(\theta'_3)-1)$

$E_{cinétique\ 3}$ = 3,38518493880E+22((1,36986582845E+02)-1)*

$\boxed{\textbf{E}_{\textbf{cinétique 3}} \textbf{ = 4,60339732126E+24 Hze}}$

*$E_{cinétique\ 3}$ = 4,60339732126E+24*4,13566769600E-15*

$E_{cinétique\ 3}$ = 1,90381215934E+10 eV

$\boxed{\textbf{E}_{\textbf{cinétique 3}} \textbf{ = 19,0381215934 GeV}}$

La majeure partie de l'énergie fournie est perdue en énergie cinétique de la particule π^0 .

Collision (suite)

Collision de 2 particules

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + \cosh(\theta_2)\, f_{02} = \cosh(\theta_1')\, f_{01} + \cosh(\theta_2')\, f_{02}$$

$$1/\lambda_{db\ x1} + 1/\lambda_{db\ x2} = 1/\lambda_{db'x1} + 1/\lambda_{db'x2}$$

$$1/\lambda_{db\ y1} + 1/\lambda_{db\ y2} = 1/\lambda_{db'y1} + 1/\lambda_{db'y2}$$

$$1/\lambda_{db\ z1} + 1/\lambda_{db\ z2} = 1/\lambda_{db'z1} + 1/\lambda_{db'z2}$$

Collision de 2 particules, mutation en une nouvelle particule

$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + \cosh(\theta_2)\, f_{02} = \cosh(\theta'_3)\, f_{03}$$

$$1/\lambda_{db\ x1} + 1/\lambda_{db\ x2} = 1/\lambda_{db'x3}$$

$$1/\lambda_{db\ y1} + 1/\lambda_{db\ y2} = 1/\lambda_{db'y3}$$

$$1/\lambda_{db\ z1} + 1/\lambda_{db\ z2} = 1/\lambda_{db'z3}$$

Collision de 1 particule et 1 photon

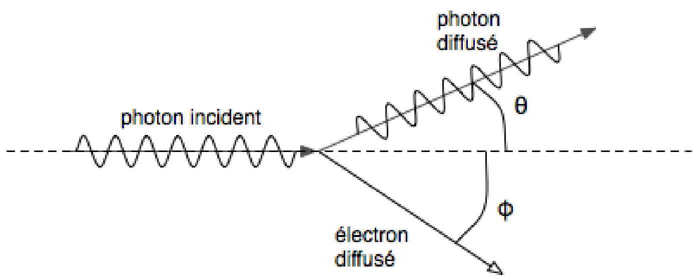
$$\cosh(\theta_1)\ f_{01} + f_{photon} = \cosh(\theta_1')\ f_{01} + f'_{photon}$$

$$1/\lambda_{db\ x1} + 1/\lambda_{x\ photon} = 1/\lambda_{db'x1} + \ 1/\lambda'_{x\ photon}$$

$$1/\lambda_{db\ y1} + 1/\lambda_{y\ photon} = 1/\lambda_{db'y1} + \ 1/\lambda'_{y\ photon}$$

$$1/\lambda_{db\ z1} + 1/\lambda_{z\ photon} = 1/\lambda_{db'z1} + \ 1/\lambda'_{z\ photon}$$

Diffusion Compton [1, 2]



Diffusion Compton: Collision d'un photon avec un électron au repos

Si le photon possède une énergie (fréquence) bien supérieure à l'énergie nécessaire pour arracher un électron d'orbital, celui-ci ne fait que rebondir sur l'électron en perdant un peu d'énergie au profit de l'électron. Les formules qui suivent donnent la répartition des énergies.

Conservation de l'énergie (pour un électron au repos avant la collision)

$$\frac{f_p}{c} + \frac{f_{0e}}{c} = \frac{f_p'}{c} + \frac{cosh(\varphi')f_{0e}}{c}$$

Pour simplifier, nous multiplions les équations par « c »

$$\boxed{\boldsymbol{f_p + f_{0e} = f_p' + cosh(\varphi')f_{0e}}}$$

Conservation de la quantité de mouvement en X

(Pour simplifier, nous incluons la multiplication des équations par « c »)

$$\boxed{\boldsymbol{f_p = f_p'\, cos(\theta) + sinh(\varphi')\, f_{0e}\, cos(\phi)}}$$

Conservation de la quantité de mouvement en Y

(Pour simplifier, nous incluons la multiplication des équations par « c »)

$$\boxed{\boldsymbol{0 = f_p'\, sin(\theta)\ + [-sinh(\varphi')\, f_{0e}]\, sin(\phi)}}$$

Nous allons premièrement isoler ϕ pour éventuellement l'éliminer.
Des équations de la quantité de mouvement, nous ressortons

$$\sinh(\varphi')\, f_{0e} \cos(\phi) = f_p - f_p' \cos(\theta)$$

$$\sinh(\varphi')\, f_{0e} \sin(\phi) = f_p' \sin(\theta)$$

1. Image : Par Cédric Foellmi — Travail personnel, CC BY 2.5, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1523729
2. Luc Tremblay, La physique quantique, 10.4 L'effet Compton : https://physique.merici.ca/ondes/chap10opm.pdf

Nous additionnons les deux équations et élevons au carré dans le but d'avoir une équation incluant : $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$

$$[\sinh(\varphi')\, f_{0e} \cos(\phi)]^2 + [\sinh(\varphi')\, f_{0e} \sin(\phi)]^2 \;=\; \left[f_p - \; f_p' \;\cos(\theta)\right]^2 + \left[\, f_p' \;\sin(\theta)\right]^2$$

$$[\sinh(\varphi')\, f_{0e}\,]^2 \;[\cos^2(\phi) \;+ \sin^2(\phi)\;] \;=\; f_p^2 - 2 f_p\, f_p' \cos(\theta) + \; f_p'^2 \;\cos^2(\theta) + \; f_p'^2 \;\sin^2(\theta)$$

$$[\sinh(\varphi')\, f_{0e}\,]^2 \;[\cos^2(\phi) \;+ \sin^2(\phi)\;] \;=\; f_p^2 - 2 f_p\, f_p' \cos(\theta) + \; f_p'^2 \;[\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)]$$

$$[\boldsymbol{\sinh(\varphi')\, f_{0e}}\,]^2 \;=\; \boldsymbol{f_p^2 - 2 f_p\, f_p' \cos(\theta) + \; f_p'^2} \qquad (1)$$

De

$$f_p + \; f_{0e} = f_p' + \; cosh(\varphi') f_{0e}$$

nous obtenons

$$\boldsymbol{cosh(\varphi') f_{0e} \; = f_p - \; f_p' + f_{0e}} \qquad (2)$$

et avec la règle de la trigonométrie hyperbolique

$$f_{0e}^2 = [cosh(\varphi) f_{0e}\,]^2 - [sinh(\varphi) f_{0e}\,]^2$$

nous obtenons

$$\boldsymbol{[sinh(\varphi') f_{0e}\,]^2 = [cosh(\varphi') f_{0e}\,]^2 - \; f_{0e}^2} \qquad (3)$$

En combinant (3) et (2)

$$[sinh(\varphi') f_{0e}\,]^2 = \;\left[f_p - \; f_p' + f_{0e}\,\right]^2 - \; f_{0e}^2$$

$$[sinh(\varphi') f_{0e}\,]^2 = \; f_p^2 + \; f_p'^2 + f_{0e}^2 - 2 f_p\, f_p' + 2 f_p\, f_{0e} - 2\, f_p'\, f_{0e} - \; f_{0e}^2$$

$$[sinh(\varphi') f_{0e}\,]^2 = \; f_p^2 + \; f_p'^2 - 2\, f_p\, f_p' + 2\, f_p\, f_{0e} - 2\, f_p'\, f_{0e}$$

De l'équation (1) nous substituons $[sinh(\varphi') f_{0e}\,]^2$

$$f_p^2 + \; f_p'^2 - 2\, f_p\, f_p' + 2 f_p f_{0e} - 2\, f_p'\, f_{0e} = \; f_p^2 - 2\, f_p\, f_p' \cos(\theta) + \; f_p'^2$$

$$-2\, f_p\, f_p' + 2\, f_p\, f_{0e} - 2\, f_p'\, f_{0e} = \; -2\, f_p\, f_p' \cos(\theta)$$

Nous divisons par 2

$$-\, f_p\, f_p' + \; f_p f_{0e} - \; f_p'\, f_{0e} = \; -\, f_p\, f_p' \cos(\theta)$$

$$f_p\, f_{0e} - \; f_p'\, f_{0e} = \; f_p\, f_p' - \; f_p\, f_p' \cos(\theta)$$

$$f_{0e}\left(f_p - f'_p\right) = f_p f'_p\,[1-\cos(\theta)]$$

$$f_{0e}\frac{\left(f_p - f'_p\right)}{f_p f'_p} = [1-\cos(\theta)]$$

$$\frac{\left(f_p - f'_p\right)}{f_p f'_p} = \frac{[1-\cos(\theta)]}{f_{0e}}$$

$$\boldsymbol{\frac{1}{f'_p} - \frac{1}{f_p} = \frac{[1-\cos(\theta)]}{f_{0e}}}$$

En multipliant par « c »

$$\frac{c}{f'_p} - \frac{c}{f_p} = \left(\frac{c}{f_{0e}}\right)\,[1-cos(\theta)]$$

$$\lambda'_p - \lambda_p = \lambda_{0e}\,[1-\cos(\theta)]$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta\lambda_{photon} = \lambda_{0e}\,[1-\cos(\theta)]}}$$

$\boldsymbol{\lambda_{0e}}$ est la longueur d'onde de Compton

$$\boldsymbol{\lambda_{c\,e} = \lambda_{0e} = \frac{h}{m_{0e}c}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta\lambda_{photon} = \frac{h}{m_{0e}\,c}\,(1-cos\,(\theta))}}$$

<u>Trouver ϕ :</u>

Partir de :

$$\mathbf{0} = \boldsymbol{f'_p\, sin(\theta)} \ + [-\boldsymbol{sinh(\varphi')\, f_{0e}}]\, \boldsymbol{sin(\phi)}$$

alors

$$\boxed{\boldsymbol{\phi = asin(\frac{f'_p\, sin(\theta)}{sinh(\varphi) f_{oe}})}}$$

<u>Trouver $\boldsymbol{\theta}$ en ayant</u> $\boldsymbol{\Delta\lambda_p}$ **:**

Partir de :

$$\Delta\lambda_{photon} \ = \lambda_{0e}\, [1 - \cos(\theta)]$$

$$\boxed{\boldsymbol{\theta} = \mathbf{acos}\left(\mathbf{1} - \left(\frac{\boldsymbol{\Delta\lambda_p}}{\boldsymbol{\lambda_{0e}}}\right)\right)}$$

<u>Expression courante de</u> $\boldsymbol{\Delta\lambda_\mathbf{p}}$ **:**

En utilisant $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, et l'identité trigonométrique $1 - cos\,\theta = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$, on peut aussi écrire:

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta\lambda_\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{4\,\pi\,\hbar}}{\mathbf{m_{0e}\,c}} \ \ \mathbf{sin^2\frac{\theta}{2}}}$$

Cette expression est identique à celle qui s'obtient par un calcul utilisant la mécanique quantique et les diagrammes de Feynman.

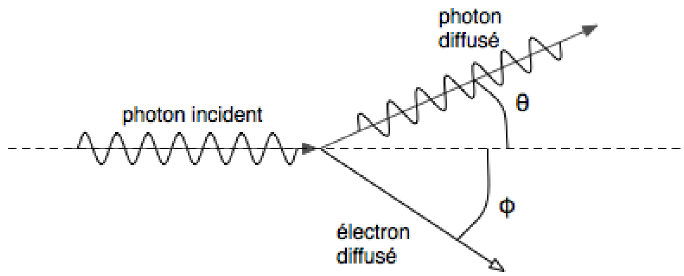
Diffusion Compton

$$f_{photon} = \left(\frac{c}{\lambda_p}\right) \quad et \;\; f_p' = \left(\frac{c}{\lambda_p'}\right)$$

$$f_{cinétique\ de\ l'électron} = f_p - f_p'$$

$$v_e = c * tanh\left[\operatorname{acosh}\left(\frac{f_{ce}}{f_{0e}} + 1\right)\right]$$

$$\lambda_{db} = c/\sinh\left(\operatorname{atanh}\left(\frac{v}{c}\right)\right) * f_0$$



Diffusion Compton: Collision d'un photon avec un électron au repos

Image : Par Cédric Foellmi — Travail personnel, CC BY 2.5, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1523729

Exemple:

Des rayons X, ayant une longueur d'onde de 0,01 nm, entrent en collision avec des électrons.

a) Quelle est la longueur d'onde des rayons X diffusés à 30^0 ?
b) Quelles sont les énergies des photons avant et après la collision pour des rayons X diffusés à 30^0 ?
c) Quelle est l'énergie cinétique de l'électron, sa longueur d'onde et ϕ après la collision pour des rayons X diffusés à 30^0 ?

Longueur d'onde des rayons X diffusés à 30^0

(Pour convertir les degrés en radian: multiplier par π/180)

$$\boldsymbol{\Delta\lambda_{photon} = \lambda_{0\ electron}\,[1 - \cos(\theta)]}$$

$\Delta\lambda_p$ =2,42631023867E-12(1- cos(30*pi()/180))*

$\boxed{\boldsymbol{\Delta\lambda_p} \textbf{ = 0,000325063934519E-9}}$

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_p = 0,01\mathrm{E} - 09\ \mathrm{m}}}$$

$$\boldsymbol{\lambda_p' = \lambda_p + \Delta\lambda_p = 0,01\mathrm{E} - 09\ \mathrm{m} + 0,000325063934519\mathrm{E} - 09\ \mathrm{m}}$$

λ_p' = 0,01E-09+0,000325063934519E-09

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_p' = 0,0103250639345\mathrm{E} - 09\ \mathrm{m}}}$$

1. Luc Tremblay, La physique quantique, Exemple 10.4.1 : https://physique.merici.ca/ondes/chap10opm.pdf

Énergies des photons avant et après la collision

$$\boldsymbol{f_p} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{\lambda_p}} = \frac{\mathbf{299792458}\ \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right)}{\mathbf{0,01E-09}\ \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{cycle}}\right)}$$

f_p = 299792458/0,01E-9

$$\boxed{\boldsymbol{f_p} = \mathbf{2,99792458000E+19\ Hz}}$$

$$\boldsymbol{E_p} = \mathbf{2,99792458000E+19\ Hz} * \mathbf{4,13566769600E-15}\,\frac{\mathbf{eV}}{\mathbf{Hz}}$$

*Ep = 2,99792458000E+19*4,13566769600E-15*

$$\boxed{\boldsymbol{E_p} = \mathbf{123,984198406\ KeV}}$$

$$\boldsymbol{f'_p} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{\lambda'_p}} = \frac{\mathbf{299792458}\ \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right)}{\mathbf{0,0103250639345E-09}\ \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{cycle}}\right)}$$

f'_p = 299792458/0,0103250639345E-9

$$\boxed{\boldsymbol{f'_p} = \mathbf{2,90354093594E+19\ Hz}}$$

$$\boldsymbol{E'_p} = \mathbf{2,90354093594E+19\ Hz} * \mathbf{4,13566769600E-15}\,\frac{\mathbf{eV}}{\mathbf{Hz}}$$

*Ep = 2,90354093594E+19*4,13566769600E-15*

$$\boxed{\boldsymbol{E'_p} = \mathbf{120,080804528\ KeV}}$$

Énergie cinétique de l'électron après la collision

$$f_{ce} = \mathbf{2,99792458000E+19\ Hz} - \mathbf{2,90354093594E+19\ Hz}$$

f_{ce} = (2,99792458000E+19)-(2,90354093594E+19)

$$\boxed{\boldsymbol{f_{ce}} = \mathbf{9,438364406E+17\ Hz}}$$

$$\boldsymbol{E_{ce}} = \mathbf{9,438364406E+17\ Hz} * \mathbf{4,13566769600E-15\ eV/Hz}$$

*E_{ce} = 9,438364406E+17*4,13566769600E-15*

$$\boxed{\boldsymbol{E_{ce}} = \mathbf{3,9033938777\ KeV}}$$

Vitesse de l'électron

$\mathrm{v_e} = (299792458\ (\mathrm{m/s})\ ) * \tanh(\mathrm{acosh}\ (((9{,}438364406\mathrm{E} + 17\ \mathrm{Hz})/(1{,}23558996381\mathrm{E} + 20\ \mathrm{Hz})) + 1))$

*v_e = (299792458)*tanh(acosh(((9,438364406E+17)/(1,23558996381E+20))+1))*

$$\boxed{\boldsymbol{v_e = 3{,}68442577046\mathrm{E} + 07\ \mathrm{m/s}}}$$

φ = *atanh(3,68442577046E+07/2,9979245800E+08)*

φ = 1,23523649114E-01

Longueur d'onde de de Broglie de l'électron

$$\boldsymbol{\lambda_{db_e}} = \frac{\mathbf{299792458}\ \left(\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}\right)}{\mathbf{sinh(1{,}23523649114E - 01) * 1{,}2355379393E + 20\ Hz}}$$

$\lambda_{db\ e}$ = (299792458)/((sinh(1,23523649114E-01))(1,23558996381E+20))*

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{db_e} = 1{,}95926130570\mathrm{E} - 11\ \mathrm{m}}}$$

Trouver ϕ

$$\boldsymbol{\phi = asin\left(\frac{f'_p\ sin(\theta)}{sinh(\varphi) f_{oe}}\right)}$$

ϕ *=(asin(((2,90354093594E+19)*(sin(30*pi()/180)))/((sinh(1,23523649114E-01))*(1,23558996381E+20))))*180/pi()*

$$\boldsymbol{\phi = 71{,}5842026331^0}$$

Le photon peut aussi être dévié par le noyau atomique. Le changement de longueur d'onde dépend de l'inertie du corps qui entre en collision avec le photon. Le noyau ayant beaucoup d'inertie, il ne reçoit pratiquement pas d'énergie lors de la collision et la longueur d'onde du photon n'est pratiquement pas changée suite à l'interaction avec le noyau.

Quelle est la différence de longueur d'onde si le photon frappe un noyau composé d'un proton ?

$$\boldsymbol{\Delta\lambda_p = \lambda_{0\ proton}\ [1 - cos\ (\theta)]}$$

$\Delta\lambda_p$ = 1,32140985539E-15(1- cos(30*pi()/180))*

$$\boxed{\boldsymbol{\Delta\lambda_p\ =\ 0{,}000000177035351811\ \mathrm{nm}}}$$

L'équation de Schrödinger [1]

Considérer depuis un référentiel immobile par rapport au varion (particule ou objet ayant une masse), le varion se comporte comme un oscillateur harmonique qui oscille à la fréquence $f_{0.}$ Cette fréquence est proportionnelle à son énergie de masse selon la formule :

$$\boldsymbol{f_0 = \frac{m_0\, c^2}{h}}$$

L'équation de l'oscillation est :

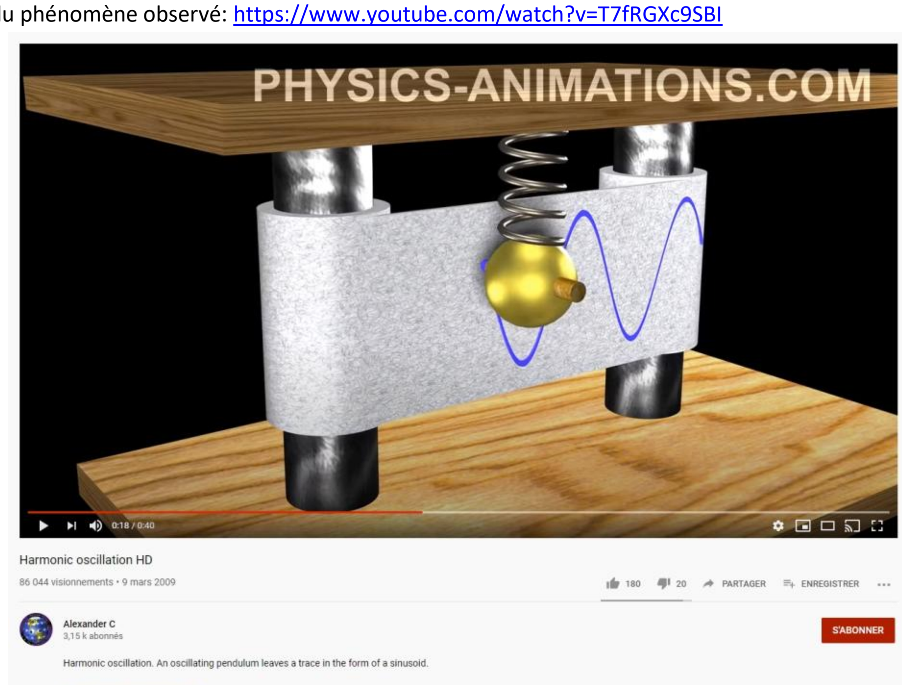
$$\boldsymbol{\psi\,(\tau) = \psi_0\ \sin(2\,\pi\,f_0\,\tau)}$$

ou écrit selon la pulsation

$$\boldsymbol{\psi\,(\tau) = \psi_0\ \sin(\omega_0\,\tau)}$$

Observer d'un référentiel inertiel dans lequel le varion se déplace à vitesse constante v (disons un laboratoire), le phénomène d'oscillation est perçu comme une onde progressive.

Nous pouvons aussi considérer que le référentiel se déplace à vitesse v par rapport au varion.
Simulation du phénomène observé: https://www.youtube.com/watch?v=T7fRGXc9SBI



1. Relation de De Broglie et équation de Schrodinger : https://www.youtube.com/watch?v=l6DJOhu9CHE&t=2880s

L'équation de l'onde progressive est :

$$\boldsymbol{\psi\,(x,t) = \psi_0\ \sin(2\,\pi\, cosh(\theta)\, f_0\ \ t\ -\ k\, x)}$$

$$f_t = \cosh(\theta)\, f_0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{db}}$$

λ_{db} *est la longueur d'onde dû au déplacement dans la dimension spatiale. Longueur d'onde de « de Broglie »*

$$\frac{1}{\lambda_{db}} = \cosh(\theta)\, f_0 \frac{v}{c^2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{db}} = 2\pi\, f_t \frac{v}{c^2}$$

En intégrant ces relations dans l'équation d'onde, nous obtenons:

$$\psi\,(x,t) = \psi_0\ \sin\left(2\,\pi\, f_t\ \ t\ -\ 2\,\pi\ \ f_t\ \frac{v}{c^2}\ x\right)$$

$$\boldsymbol{\psi\,(x,t) = \psi_0\ \sin\left(2\,\pi\, f_t\ \left(t - \frac{v}{c^2}\ x\right)\right)}$$

<u>Équation du mouvement</u>

À partir de :

$$\psi\,(x,t) = \psi_0\,\sin\left(2\,\pi\, f_t\ \left(t - \left(\frac{v}{c^2}\right) x\right)\right)$$

comment évolue ψ en fonction des coordonnées d'espace, donc en fonction de x ? ψ est une onde plane qui se déplace.

Une onde plane est solution d'une équation de propagation :

$$\boldsymbol{\left(\frac{\partial^2\, \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) - \left(\frac{1}{u^2}\right)\left(\frac{\partial^2\, \psi(x,t)}{\partial t^2}\right) = 0}$$

$\boldsymbol{u}$ représente la vitesse de propagation de l'onde. À quoi est égal u ?

De l'équation de l'onde de base

$$\psi\,(x,t) = \psi_0 \sin\left(2\,\pi\, f_t\,\left(t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x\right)\right)$$

Nous observons que

$$\frac{v}{c^2}\; est\; l'inverse\;\; d'une\; vitesse$$

Nous posons que $\frac{c^2}{v} = u$

Nous assimilons le varion à un paquet d'ondes où v est la vitesse de groupe, la vitesse du varion [1]

$$v_{phase} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi \cosh(\theta) f_0}{2\pi \cosh(\theta) f_0 \frac{v}{c^2}} = \frac{c^2}{v} = u$$ => u est la vitesse de phase

$$\boldsymbol{\psi\,(x,t) = \psi_0 \sin\left(2\,\pi\, f_t\,\left(t - \left(\frac{x}{u}\right)\right)\right)}$$

Pour la suite, nous dérivons l'équation d'onde $\psi\,(x,t)$ comme suit:

$$\frac{\partial^2\, \psi(x,t)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2\, \psi_0 \sin\left(\,2\,\pi\, f_t\,\left(t - \left(\frac{x}{u}\right)\right)\right)}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2\, \psi(x,t)}{\partial t^2} \;=\; (-2^2\,\pi^2\, f_t^2\,)\;\psi(x,t)$$

1. Luc Tremblay, Application de *E = hf* à des particules massives : http://physique.merici.ca/ondes/preuve-Ehf.pdf

alors

$$\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) - \left(\frac{1}{u^2}\right)\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial t^2}\right) = 0$$

devient

$$\boldsymbol{\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) - \left(\frac{1}{u^2}\right)\left(\left(-2^2\ \pi^2\ f_t^2\ \right)\ \psi(x,t)\right) = 0}$$

$$\boldsymbol{\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \left(4\ \pi^2\left(\frac{f_t^2}{u^2}\right)\ \psi(x,t)\ \right) = 0}$$

$$\left(\frac{f_t^2}{u^2}\right)\quad est\ le\ terme\ de\ propagation\ de\ l'onde$$

$$\frac{f_t}{u} = f_t\frac{v}{c^2} = \frac{1}{\lambda_{db}} = \frac{m_r\ v}{h}\quad selon\ la\ relation\ de\ «\ de\ Broglie\ »$$

Ce qui implique que

$$\left(\frac{f_t^2}{u^2}\right) = \left(\frac{m_r^2\ v^2}{h^2}\right)$$

Introduisons cette expression dans l'équation de propagation

$$\boldsymbol{\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \left(4\ \pi^2\left(\frac{m_r^2 v^2}{h^2}\right)\ \psi(x,t)\right) = 0}$$

<u>Dans les limites des vitesses non relativistes: v << c</u>

$$\boldsymbol{m_r \simeq m_0}$$

$$\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \left(4\ \pi^2\left(\frac{m_0^2\ v^2}{h^2}\right)\ \psi(x,t)\right) = 0$$

Nous développons $m_0^2\ v^2$:

$$m_0^2\ v^2 = m_0\ m_0 v^2$$

En sachant que :

$$E_{cinétique} = \left(\frac{1}{2}\right) m_0 v^2 \quad \text{=>} \quad 2\ E_c = m_0 v^2$$

Nous obtenons:

$$\boldsymbol{m_0^2\ v^2} = m_0\ m_0 v^2 = \boldsymbol{m_0\ 2\ E_c}$$

$$\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + (\frac{8\ \pi^2\ m_0\ E_c}{h^2})\ \ \psi(x,t)\ = 0$$

Nous appliquons une transformation :

$$en\ multipliant\ par\ (\frac{h^2}{8\ \pi^2\ m_0})$$

$$(\frac{h^2}{8\ \pi^2\ m_0})\ \left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \ E_c\ \ \psi(x,t) = 0$$

Appliquons une autre transformation, en sachant que :

$$E\ = E_c +\ E_p\ \ => \ \ E_c = E - E_p$$

Opérons un changement de variables

$$\left(\frac{h^2}{8\ \pi^2\ m_0}\right) \left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \ (E - E_p)\ \ \psi(x,t) = 0$$

Nous distribuons

$$\left(\frac{h^2}{8\ \pi^2\ m_0}\right) \left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + \ E\ \psi(x,t) - E_p\ \psi(x,t) = 0$$

Nous multiplions tout par -1

$$-\left(\frac{h^2}{8\,\pi^2\,m_0}\right)\left(\frac{\partial^2\,\psi(x,t)}{\partial x^2}\right)-\;E\,\psi(x,t)+E_p\,\psi(x,t)=0$$

Nous isolons $E\,\psi(x,t)$

$$\boxed{-\left(\frac{\boldsymbol{h^2}}{\boldsymbol{8\,\pi^2\,m_0}}\right)\left(\frac{\boldsymbol{\partial^2\,\psi(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x^2}}\right)+\boldsymbol{E_p\,\psi(x,t)}=\boldsymbol{E\,\psi(x,t)}}$$

Nous retrouvons l'équation de Schrödinger stationnaire.

Il reste, maintenant, à <u>réintroduire le temps t en explicitant la dépendance temporelle</u> en utilisant la relation de Planck-Einstein

$$E=\frac{h\,\omega}{2\,\pi}\qquad =>\;\omega=\frac{E\,2\pi}{h}$$

Partons de l'équation d'onde générale

$$\psi(x,t)=A\,e^{-i(kx-\omega t)}=A\,[cos(kx-\omega t)+\;i\sin(kx-\omega t)]$$

Nous dérivons par rapport au temps

$$\left(\frac{\partial\,\psi(x,t)}{\partial t}\right)=\;(-i\,\omega)\,A\,e^{-i(kx-\omega t)}$$

$$\left(\frac{\partial\,\psi(x,t)}{\partial t}\right)=\;-i\,\omega\,\psi(x,t)$$

Isolons ω (remarque 1 /-i = i)

$$\omega=\frac{i\,\left(\frac{\partial\,\psi(x,t)}{\partial t}\right)}{\psi(x,t)}$$

Substituons ω par E

$$E=\frac{i\,h\,\partial\,\psi(x,t)}{\psi(x,t)\,2\,\pi\,\partial t}$$

Multiplions par $\psi\ (x,t)$

$$E\ \psi(x,t) = \frac{\psi(x,t)\ i\ h\ \partial\ \psi(x,t)}{\psi\ (x,t)\ 2\ \pi\ \partial t} = \frac{i\ h\ \partial\ \psi(x,t)}{2\ \pi\ \partial t}$$

$$E\ \psi(x,t) = \frac{i\ \ \mathrm{h}\ \partial\ \psi(x,t)}{2\ \pi\ \partial t}$$

L'équation de Schrödinger générale :

$$-\left(\frac{\boldsymbol{h^2}}{\boldsymbol{8\ \pi^2\ m_0}}\right)\left(\frac{\boldsymbol{\partial^2\ \psi(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x^2}}\right) + \boldsymbol{E_p\ \psi(x,t)} = \boldsymbol{i}\left(\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{2\ \pi}}\right)\frac{\boldsymbol{\partial\ \psi(x,t)}}{\boldsymbol{\partial t}}$$

Équation de Schrödinger exprimée en fonction de f_0

$$-\left(\frac{h^2}{8\ \pi^2\ m_0}\right)\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + E_p\ \psi(x,t) = i\left(\frac{h}{2\ \pi}\right)\frac{\partial\ \psi(x,t)}{\partial t}$$

Remplaçons $\mathbf{m_0}$ par son équivalent d'énergie de vibration

$$\boldsymbol{m_o = h\ f_0/c^2}$$

$$\left(\frac{h\ c^2}{8\ \pi^2\ \boldsymbol{f_0}}\right)\left(\frac{\partial^2\ \psi(x,t)}{\partial x^2}\right) + E_p\ \psi(x,t) = i\left(\frac{h}{2\ \pi}\right)\frac{\partial\ \psi(x,t)}{\partial t}$$

Si nous exprimons l'énergie en Hze plutôt qu'en joule, nous pouvons retirer h en divisant chaque côté de l'équation par h.

Équation selon $\boldsymbol{f_0}$

$$\left(\frac{c^2}{8\,\pi^2\,f_0}\right)\left(\frac{\partial^2\,\psi(x,t)}{\partial x^2}\right)+E_p\,\psi(x,t)=i\left(\frac{1}{2\,\pi}\right)\frac{\partial\,\psi(x,t)}{\partial t}$$

Remettons en contexte le détail de $\psi(x,t)$, l'équation d'onde associée au varion

$$\psi(x,t)=\ \psi_0 \sin\left(2\,\pi\cosh(\theta)\,f_0\,\left(t-\left(\frac{x}{u}\right)\right)\right)$$

Ceci fait ressortir la dépendance de l'équation de Schrödinger par rapport à $\boldsymbol{f_0}$, l'énergie au repos du varion.

Remarques importantes sur l'équation de Schrödinger

- L'équation s'applique que pour les vitesses non relativistes v << c.
- C'est une équation linéaire.
- Nous avons une grandeur multiplicative qui est dépendante de l'énergie de vibration du varion.
- Ep peut dépendre de x et de t. Le varion peut être dans un champ de potentiel qui lui-même est fonction de x et de t.
- h ne fait pas partie du phénomène physique appréhendé, c'est une constante de conversion liée au système d'unités utilisé.
- Les orbitales atomiques peuvent être des orbitales mono-électroniques qui sont des solutions exactes de l'équation de Schrödinger pour un atome hydrogénoïde (c'est-à-dire à un seul électron).

Dans la mécanique ondulatoire, l'expérience nous dicte que $\boldsymbol{\psi(x,t)}$ représente la probabilité de présence du varion à l'abscisse x au temps t. [1]

1. Michel van Biezen, *Physics 66.1 Quantum Mechanics – Schrodinger Equation*, https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXXt6Ix6JWYCiv5yJYV7DO2K

L'équation de Dirac [1]

L'équation de Dirac est une équation formulée par Paul Dirac en 1928 dans le cadre de sa mécanique quantique relativiste de l'électron. Il s'agit au départ d'une tentative pour incorporer la relativité restreinte à des modèles quantiques, avec une écriture linéaire entre la masse et l'impulsion.

$$\boldsymbol{i\hbar\,(\partial\Psi/\partial t)(x,t) = (m_0\, c^2\, \alpha_0 -\ i\hbar c \sum_{j=0}^{3} \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j})\Psi(x,t)}$$

Remplaçons « m c² »

$$h\, f_0 = m_0 c^2$$

$$i\hbar\,(\partial\Psi/\partial t)(x,t) = (h\, f_0\, \alpha_0 -\ i\hbar c \sum_{j=0}^{3} \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j})\Psi(x,t)$$

Divisons par « h »

$$\boldsymbol{\frac{i}{2\pi}\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)(x,t) = \left(f_0\, \alpha_0 - \frac{i}{2\pi} c \sum_{j=0}^{3} \alpha_j \frac{\partial}{\partial x_j}\right)\Psi(x,t)}$$

Voici le lien entre l'équation de Dirac et la fréquence énergétique du varion au repos (l'invariant relativiste).

1. L'Équation de Dirac
https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Dirac#:~:text=L'%C3%A9quation%20de%20Dirac%20est,la%20masse%20et%20l'impulsion.

Relation d'indétermination de Heisenberg [1]

Le principe d'indétermination affirme qu'il existe une limite fondamentale à la précision avec laquelle il est possible de connaître simultanément deux propriétés physiques d'une même particule ; ces deux variables dites complémentaires peuvent être sa position et sa quantité de mouvement. En fait il porte sur tout couple de grandeurs physiques dont le produit a la dimension d'une action.

$\Delta x \, \Delta p \geq \hbar/2$ pour p en joule/(m/s)

$\Delta x \, \Delta p \geq h/4\pi$

$\Delta x \, \Delta p \geq 1/4\pi$ pour p en Hze/(m/s)

$\Delta E \, \Delta t \geq \hbar/2$ pour E en joule

$\Delta E \, \Delta t \geq h/4\pi$

$\Delta E \, \Delta t \geq 1/4\pi$ pour E en Hze

$\Delta f \, \Delta t \geq 1/4\pi$ pour f en Hze

1. Principe d'incertitude : https://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_d%27incertitude

L'oscillateur harmonique [1, 2]

Un **oscillateur harmonique** est un oscillateur idéal dont l'évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale, dont la fréquence ne dépend que des caractéristiques du système et dont l'amplitude est constante.

Tout oscillateur harmonique peut être comparé à un système masse-ressort. Si la masse est déplacée légèrement de sa position d'équilibre et relâchée sans vitesse initiale, celle-ci se met à osciller autour de cette position d'équilibre. L'évolution au cours du temps de l'élongation *x(t)* du ressort (par rapport à la position où la masse est au repos) montre que les (petites) oscillations sont purement sinusoïdales de pulsation $\boldsymbol{\omega}$, du moins si l'influence des frottements est négligeable. La valeur de ne dépend *pas* de l'amplitude initiale de déplacement de la masse, mais uniquement de la valeur de la masse et des propriétés du ressort, plus précisément de sa raideur k.

L'équation du mouvement de la masse s'écrit :

$$\boldsymbol{a\ (acc\acute{e}l\acute{e}ration) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\,\omega^2\, x\,(t), \qquad avec\ \omega = \sqrt{\frac{k}{m_0}}}$$

La position X en en fonction du temps est donnée par :

$$\boldsymbol{x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)}$$

X_m est l'amplitude des oscillations et Ø est la phase d'origine, qui dépendent des conditions initiales. Le mouvement est qualifié d'harmonique, de pulsation propre « $\boldsymbol{\omega}$ ».

La pulsation d'un phénomène périodique est la valeur de la vitesse de rotation, ou vitesse angulaire, qu'aurait un système en rotation de même fréquence : pour une fréquence en hertz (cycle par seconde), la pulsation associée est donc

$$\boldsymbol{\omega = 2\,\pi\, f}$$

son unité SI est le radian par seconde (rad·s-1). [3, 4]

1. Oscillateur harmonique : https://fr.wikipedia.org/wiki/Oscillateur_harmonique
2. Physics 16 simple harmonic motion and pendulum : https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXVzGuPkVRXopSBVUxQHGoee
3. Fréquence : https://fr.wikipedia.org/wiki/Fréquence
4. Physics - Mechanics: Simple Harmonic Motion (2 of 5) Introduction 2 : https://www.youtube.com/watch?v=WntovscTOtc&list=PLX2gX-ftPVXVzGuPkVRXopSBVUxQHGoee&index=22&t=302s

Pour bien discerner les variables, nous allons ajouter le suffixe "s" aux variables qui réfèrent au système "oscillateur harmonique".

Nous avons donc :

$$\boldsymbol{\omega_s = 2\,\pi\,f_s \;=\; \sqrt{\frac{k}{m_0}}}$$

$$\boldsymbol{f_s \;=\frac{\sqrt{\frac{k}{m_0}}}{2\,\pi}}$$

K qui correspond à la raideur du système. La raideur est la caractéristique qui indique la résistance à la déformation élastique d'un corps (par exemple un ressort). Plus une pièce est raide, plus il faut lui appliquer un effort important pour obtenir une déflexion donnée.[1] Le système accumule de l'énergie dite potentielle. Cette énergie potentielle est fonction de la force appliquée et de l'étirement du ressort.

$\boldsymbol{m_0}$ est la masse, elle constitue l'inertie du système, sa résistance au changement de vitesse. Nous pouvons remplacer $\boldsymbol{m_0}$ par son équivalent énergétique.

$$\boldsymbol{\omega_s = 2\,\pi\,f_s \;=\; \sqrt{\frac{k\,c^2}{h\,f_0}} \;=\; \sqrt{\frac{(k\,c\,\lambda_0)}{h}}}$$

En prenant k compatible au système d'unité Hze (ce qui ne change pas ω_s et f_s)

$$\boldsymbol{\omega_s = 2\,\pi\,f_s \;=\; \sqrt{\frac{k\,c^2}{f_0}} \;=\; \sqrt{k\,c\,\lambda_0}}$$

$$\boldsymbol{\omega_s^2 = 4\,\pi^2\,f_s^2 \;=\; \left(\frac{k\,c^2}{f_0}\right) = k\,c\,\lambda_0}$$

Pour f_0 et λ_0, il faut les voir, au départ, comme la masse, soit l'inertie du système aux changements de vitesse.

1. Raideur (mécanique) : https://fr.wikipedia.org/wiki/Raideur_(mécanique)

Niveau d'énergie minimum de l'oscillateur harmonique quantique [1]

Le minimum d'énergie est fonction du principe d'indétermination de Heisenberg. Donc dû au fait que ΔX et ΔP sont des variables conjuguées. Quand une augmente, l'autre diminue et vice versa. L'énergie n'est jamais nulle.

$$E = \frac{1}{2} m\, v^2 + \frac{1}{2} m\, \omega_s^2\, x^2 \qquad \omega_s = pulsation\ propre\ du\ syst\grave{e}me$$

$$E_{Joule} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\, \omega_s^2\, x^2 \qquad avec\ p\ en \left(\frac{joule}{\frac{m}{s}}\right)$$

Remplaçons **m** par $\boldsymbol{\frac{h\, f_0}{c^2}}$

$$E_{Joule} = h\, f_E = \frac{p^2\, c^2}{2hf_0} + \frac{h\, f_0}{2\, c^2}\, \omega_s^2\, x^2 \qquad avec\ p\ en \left(\frac{joule}{\frac{m}{s}}\right)$$

Divisions par h pour avoir l'énergie en Hze:

$$E_{Hze} = f_{E_{Hze}} = \frac{(p)^2\, c^2}{2\, h^2 f_0} + \frac{f_0}{2\, c^2}\, \omega_s^2\, x^2 \qquad avec\ p\ en \left(\frac{joule}{\frac{m}{s}}\right) \quad (1)$$

À partir de la relation de Heisenberg $\Delta x\, \Delta p \geq h/4\pi$

$Pour\ un\ \Delta x\, \Delta p$ minimum

$$\Delta x\, \Delta p/h = \frac{1}{4\pi}$$

$$\frac{\Delta p}{h} = \frac{1}{4\pi\, \Delta x} \quad et \quad \left(\frac{\Delta p}{h}\right)^2 = \frac{1}{16\, \pi^2 (\Delta x)^2}$$

En remplaçant $(\Delta p/h)^2$ dans l'équation (1)

$$f_{E_{Hze}} = \frac{(\Delta p)^2\, c^2}{2\, h^2 f_0} + \frac{f_0}{2\, c^2}\, \omega_s^2\, \Delta x^2$$

$$\boxed{f_{\mathrm{E\,min}} = \frac{c^2}{32\, \pi^2 f_0\ (\Delta x)^2} + \frac{f_0}{2\, c^2}\, \omega_s^2\, \Delta x^2} \quad (2)$$

1. Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (41 of 92) What is Zero Point Vibration? : https://www.youtube.com/watch?v=NQNA_YVn1yM&t=2s

Pour trouver le minimum de la fonction $f_{E\,min}$ par rapport à Δx , évaluer:

$$\frac{d\, f_{E\,min}}{d(\Delta x)} = 0$$

$$-\frac{c^2}{16\,\pi^2 f_0\,(\Delta x)^3} + \frac{f_0}{c^2}\;\omega_s^2\,(\Delta x) = 0$$

$$\frac{f_0}{c^2}\;\omega_s^2\,(\Delta x) = \frac{c^2}{16\,\pi^2 f_0\,(\Delta x)^3}$$

$$\omega_s^2\,(\Delta x) = \frac{c^4}{16\,\pi^2\,f_0^2\,(\Delta x)^3}$$

$$(\Delta x)^4 = \frac{c^4}{16\,\pi^2\,f_0^2 \omega_s^2}$$

$$(\Delta x)^2 = \frac{c^2}{4\,\pi\,f_0\,\omega_s}$$

Remplaçons Δx dans l'équation (2)

$$\boxed{f_{\mathrm{E\,min}} = \frac{c^2}{32\,\pi^2 f_0\;(\Delta x)^2} + \frac{f_0}{2\,c^2}\;\omega_s^2\;\Delta x^2}$$

$$f_{E\ \mathrm{min}} = \frac{c^2\,4\,\pi\,f_0\,\omega_s}{32\,\pi^2 f_0\,c^2} + \frac{f_0}{2\,c^2}\;\omega_s^2\;\frac{c^2}{4\,\pi\,f_0\,\omega_s}$$

$$f_{E\,\mathrm{min}} = \frac{\omega_s}{8\,\pi} + \frac{\omega_s}{8\,\pi}$$

$$f_{\mathrm{E\,min}} = \frac{2\,\pi\,f_s}{8\,\pi} + \frac{2\,\pi\,f_s}{8\,\pi}$$

$$f_{\mathrm{E\,min}} = \frac{f_s}{4} + \frac{f_s}{4}$$

$$\boxed{\boldsymbol{E_{Hze\,min}} = \boldsymbol{f_{\mathrm{E\,min}}} = \boldsymbol{\frac{f_s}{2}}}$$

La fréquence énergétique minimum est égale à la moitié de la fréquence propre de l'oscillateur.

L'oscillateur harmonique en application

Oscillation d'une molécule diatomique [1]

Examinons les oscillations et les niveaux d'énergie de la molécule diatomique formée d'un atome d'oxygène et d'un atome de carbone.

Niveau énergétique	En	Énergie en joule	Énergie fréquence - Hz	Énergie en eV	Rapport En/E0	Différence en Hz entre chaque niveau
0	1 E0	2,1625000000E-20	3,2636238177E+13	1,3498325000E-01	1	
1	3 E0	6,4880366870E-20	9,7916814157E+13	4,0498325001E-01	3	6,5280575981E+13
2	5 E0	1,0813573374E-19	1,6319739014E+14	6,7498325001E-01	5	6,5280575981E+13
3	7 E0	1,5139110061E-19	2,2847796612E+14	9,4498325002E-01	7	6,5280575981E+13
4	9 E0	1,9464646748E-19	2,9375854210E+14	1,2149832500E+00	9	6,5280575981E+13
5	11 E0	2,3790183435E-19	3,5903911808E+14	1,4849832500E+00	11	6,5280575981E+13
6	13 E0	2,8115720122E-19	4,2431969406E+14	1,7549832500E+00	13	6,5280575981E+13
7	15 E0	3,2441256809E-19	4,8960027004E+14	2,0249832500E+00	15	6,5280575981E+13
8	17 E0	3,6766793496E-19	5,5488084602E+14	2,2949832500E+00	17	6,5280575981E+13
9	19 E0	4,1092330183E-19	6,2016142200E+14	2,5649832500E+00	19	6,5280575981E+13
10	21 E0	4,5417866870E-19	6,8544199798E+14	2,8349832500E+00	21	6,5280575981E+13

$$\boldsymbol{\omega_s = 2\,\pi\, f_s \;=\; \sqrt{\frac{k}{m_0}} \qquad => \; f_s = \frac{\sqrt{\frac{k}{m_0}}}{2\,\pi}}$$

$$\boldsymbol{f_s = \frac{\sqrt{\dfrac{1926\,(\frac{N}{m})}{1.145E-26(Kg)}}}{2\,\pi}}$$

f_s = ((1926/1,145E-26)^0,5)/(2*3,1415926536)

f_s = 6,5274796974E+13 Hz

$$\omega_s = 2\,\pi\, f_s \;=\; 2\,\pi\,(\,6{,}5274796974E + 13)$$

1 . Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (50 of 92) What is Oscillator Amplitude? : https://www.youtube.com/watch?v=AxXdfT2XG30&list=PLX2gX-ftPVXXt6Ix6JWYCiv5yJYV7DO2K&index=52&t=0s

$$\boldsymbol{\omega_s = 4,1013364527E+14\ rad/sec}$$

$$\boldsymbol{E_0} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\hbar\boldsymbol{\omega_s} = \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)\left(\frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{2\pi}}\right)\boldsymbol{\omega_s} = \left(\frac{6{,}62607004\text{E}-34\ \left(\frac{\text{j}}{\text{Hz}}\right)}{4 * \ 3{,}1415926536}\right) * \left(4{,}1013364527\text{E}+14\ \left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}}\right)\right)$$

E_0 = ((6,62607004E-34)/(4*3,1415926536))*(4,1013364527E+14)

$\boldsymbol{E_0}$ **= 2,1625768829E-20 joules**

E_0 = 2,1625768829E-20 joules * 6,2420000000E+18 eV/Joule

E_0 = (2,1625768829E-20)*(6,2420000000E+18)

$\boldsymbol{E_0 = 0,134988049}$ **eV**

$$\boxed{\boldsymbol{\delta E = \hbar\,\omega = 0,26997609806\ \text{eV}}}$$

$$\delta E = \left(\ 0,26997609806\ (\text{eV})\right) * \left(2{,}4177991104\text{E}+14\ \left(\frac{\text{Hz}}{\text{eV}}\right)\right)$$

$\boldsymbol{\delta E}$ = 6,5274796972E+13 Hze

$\boldsymbol{\delta E}$ **Différence d'énergie entre chaque niveau**

$\boldsymbol{\delta E}$ **est égale à fréquence propre de l'oscillateur**

Examinons le tout sous l'angle de la fréquence énergétique

La fréquence propre de la molécule oxygène-carbone est :

$\boldsymbol{f_s}$ **= 6,5274796974E+13 Hz**

Nous avons ici un oscillateur harmonique dont la fréquence propre d'oscillation est 6,5274796974E+13 Hz.

Le système réagit à une excitation oscillatoire extérieure seulement si la fréquence oscillatoire (sinusoïdale) extérieure est un multiple de la fréquence propre du système. C'est un phénomène de résonance. Cela ressemble à l'action du vibreur sur la corde de Melde. [1, 2]

1. Corde de Melde- résonance-simulation/animation : https://www.youtube.com/watch?v=4JNsnz9usCI
2. Corde de Melde (animation flash Université de Nantes) :
   https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/ondes_stationnaires/melde.php

La nuance, c'est qu'un oscillateur harmonique ne peut osciller qu'en relation à des multiples entiers de la fréquence du système selon l'équation [1,2,3] :

$$f_n = (n\, f_s) + \frac{f_s}{2} = \quad f_s \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

Au niveau d'énergie minimum, n= 0 :

$f_0 = \frac{f_s}{2}$ tel qu'évalué selon la relation de Heiseinberg.

Pour le niveau d'énergie suivant, nous additionnons la fréquence du système à la fréquence d'énergie minimum et ainsi de suite pour augmenter d'un niveau. Pour descendre d'un niveau, nous soustrayons d'un multiple entier de la fréquence du système. Le système ne peut descendre en dessous de la fréquence du niveau minimum.

<u>Longueur d'onde d'un photon pour augmenter d'un niveau l'énergie de la molécule</u>

Pour la molécule diatomique oxygène-carbone

$$\lambda_p = \frac{2{,}9979245800E + 08\ \left(\frac{m}{s}\right)}{6{,}5280575981E + 13\ Hz}$$

$$\lambda_p = 4592{,}3684572E - 09\ m$$

Un photon de longueur d'onde de $4592\ nm$ fait monter l'énergie de la molécule d'un niveau. [4]

---

1. Potentiel harmonique quantique- Simulation/explications : https://www.youtube.com/watch?v=4u4uNxRI4pU

2. Corrigé Mines Physique 2 MP 2017 : l'oscillateur harmonique quantique (partie 3) : https://www.youtube.com/watch?v=rFG6xngmzZw&t=639s

3. L'oscillateur harmonique quantique : https://www.youtube.com/watch?v=so6-2mVI3qE

4. Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (43 of 92) What is Transition Energy? : https://www.youtube.com/watch?v=EQkdjVcJ0lM

La chute libre

Revenons sur les résultats de l'exercice 4.

Ce que nous démontrent les calculs, c'est qu'une vitesse de 50 km/h crée une dilatation du temps de « 1,000000000000001073158 ». Un changement de l'écoulement du temps, autrement dit de la seconde à partir de la 15^{e} décimale, changement imperceptible à l'échelle humaine.

Dans l'autre sens, nous pouvons dire qu'une vitesse de 50 km/h est créée par un changement de l'écoulement du temps de « 1,000000000000001073158 », ceci quelle que soit la masse du varion.

Nous le voyons bien dans la formule:

$$\boldsymbol{v = c * \mathbf{tanh}\left(\mathbf{acosh}\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)}$$

Remarque:

La théorie de la relativité générale émet comme hypothèse que l'effet de la gravitation est dû à la courbure de l'espace-temps causée par la présence de masse-énergie. Dans la limite newtonienne, limite pour laquelle les champs gravitationnels sont faibles et que v est très petit devant c, la courbure de l'espace-temps est essentiellement une courbure temporelle. Ceci s'applique pour l'environnement terrestre. [1]

Selon les formules newtoniennes:

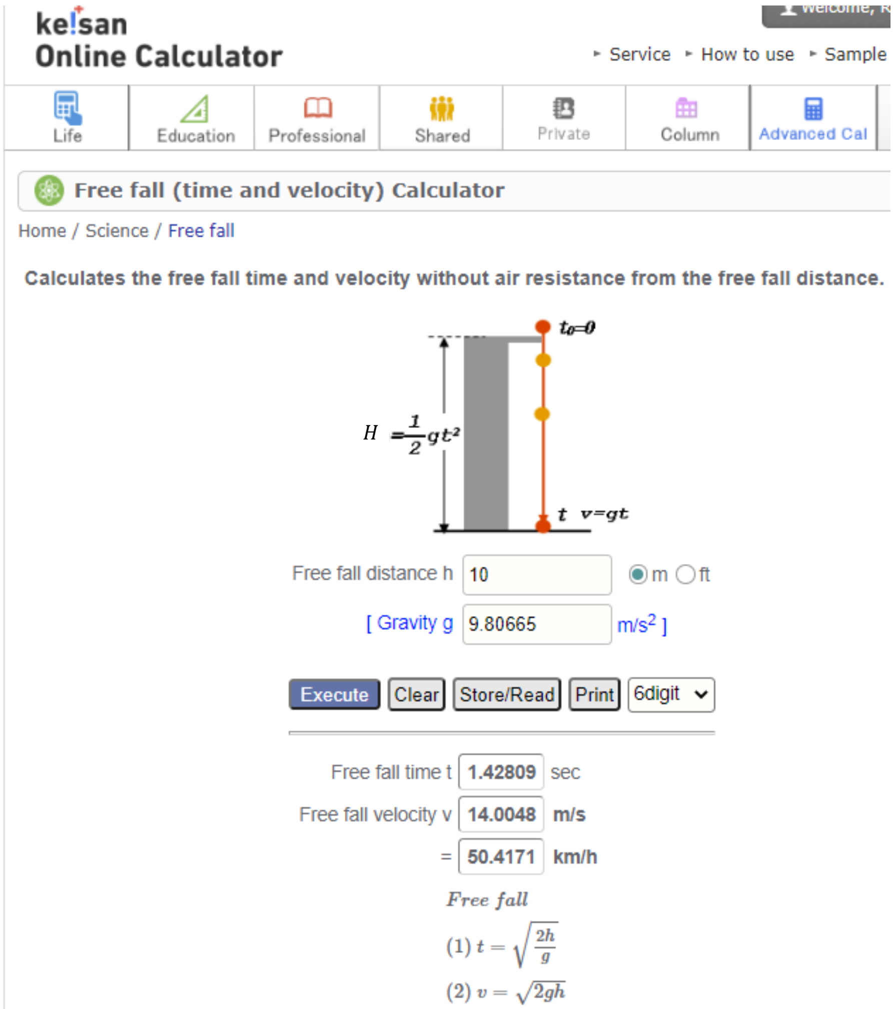
$$\boldsymbol{v = \sqrt{2gH}}$$

g = 9,80665 m/s^2 : accélération d'un objet en chute libre, sans frottement, sur une courte distance et près du sol.
H : hauteur de la chute

Calculons la vitesse à l'arrivée au sol, en km/h, d'un objet qui tombe d'une hauteur de 10 mètres, sans vitesse initiale.

---

1. *Cours d'introduction à la relativité générale*. Richard Taillet. Université de Grenoble
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/4642-cours-4/
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/4641-cours-5/



v = ((2*9,80665*10)^0,5)*3600/1000

$$v = \mathbf{50,42\ \ Km/h}$$

Si nous analysons le phénomène sous l'angle du travail et de l'énergie cinétique

$$W = F.d$$

$$F = m\,a = mg$$

d est la distance parcourue, donc ici la hauteur de la chute « H »

alors

$$W = \mathrm{mg\ H}$$

« La variation de l'énergie cinétique d'une particule se déplaçant d'un point 1 à un point 2 est égale au travail de la résultante des forces effectué entre ces deux points le long du chemin choisi.» [1]

La variation de l'énergie cinétique est égale au travail « mg h ». Comme l'énergie cinétique au départ est nulle, l'énergie cinétique au sol est égale au travail.

$$E_c = \mathrm{mg\,H}$$

$$E_c(joule) = \left(\frac{h\,f_0}{\mathrm{c}^2}\right)\ \mathrm{g\ \ H}$$

$$E_c(Hze) = \left(\frac{f_0}{\mathrm{c}^2}\right)\ \mathrm{g\ \ H}$$

$$f_c(Hz) = \left(\frac{f_0}{\mathrm{c}^2}\right)\ \mathrm{gH}$$

$$\boldsymbol{gH = \ \phi_2 - \phi_1}$$

$$\boldsymbol{\phi_2 = \ potentiel\ gravitationnel}\ \text{à}\ \boldsymbol{la\ hauteur\ H_2}$$

$$\boldsymbol{\phi_1 = \ potentiel\ gravitationnel}\ \text{à}\ \boldsymbol{la\ hauteur\ H_1\ , ici, au\ niveau\ du\ sol}$$

Nous pouvons réécrire l'équation sous cette forme

$$f_c = f_0\ \left(\frac{gH}{c^2}\right)$$

alors

$$\frac{f_c}{f_0} = \ \left(\frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2}\right)$$

À partir de

$$\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\boldsymbol{f_c}}{\boldsymbol{f_0}} + \mathbf{1}\right)$$

Remplaçons f_c/f_0

$$\boxed{\mathbf{cosh}\ (\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} + \mathbf{1}\right)}$$

Partant de

$$\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta}) = \left(\frac{\mathbf{t}}{\boldsymbol{\tau}}\right)$$

1. Taylor John R., *Mécanique classique* (de boek, page 121)

alors

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\frac{gH}{c^2} + 1\right)}$$

donc

$$\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{c^2} + 1\right) = \frac{t}{\tau} \quad \textit{est le résultat de la courbure temporelle}$$

Comme prévu par la théorie de la relativité générale.

<u>Réévaluons la vitesse d'un corps au niveau du sol suite à une chute d'une hauteur de 10 mètres avec la nouvelle formule:</u>

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{gH}{c^2} + 1\right)\right)$$

$$v = 299792458\ (\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}) * \tanh\left(\operatorname{acosh}\left(\frac{9{,}80665\ \left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) * 10\ \mathrm{m}}{299792458^2\ (\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2})} + 1\right)\right)$$

(calculer avec Keisan Online Calculator)

v = (2.9979245800E+08)(tanh(acosh((9.80665*10/(2.9979245800E+08)^2)+1)))*

v = 1.4004749194469698856O7E+1 m/s

Convertissons en km/h :

v = 1.4004749194469698856O7E+1 m/s * 3600 s / 1000

***v* = 50.4171 km/h**

La dilatation du temps est

$$\frac{t}{\tau} = \left(\frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2} + 1\right)$$

$\frac{t}{\tau}$ *= ((9.80665*10)/(299792458^2))+1*

$\frac{t}{\tau}$ *= 1.0000000000000001091137*

Évaluons f_c pour le proton qui chute de 10 m *(théoriquement immobile au départ)*:

$$\boldsymbol{f_0} = \frac{\boldsymbol{m_0\, c^2}}{\boldsymbol{h}}$$

$$f_{0n} = \frac{(1.67262192369\text{E} - 27\ \text{kg}) * \left(2.9979245800\text{E} + 08\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{6.62607015\text{E} - 34\,\frac{\text{j}}{\text{Hz}}}$$

f_0 = ((1.67262192369E-27)((2.9979245800E+08)^2))/(6.62607015E-34)*

***f_0* = 2.2687318153206176 14116E+23 Hz**

$$\boldsymbol{f_c} = \boldsymbol{f_0}((\boldsymbol{cosh}(\boldsymbol{\theta})) - \mathbf{1})$$

$$\boldsymbol{f_c} = \boldsymbol{f_0}\left(\left(\frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} + \mathbf{1}\right) - \mathbf{1}\right)$$

$$\boldsymbol{f_c} = \boldsymbol{f_0}\left(\frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}}\right)$$

$$\boldsymbol{f_c} = \mathbf{2.2687318153206176 14116E + 23\ \ Hz} * \left(\frac{\mathbf{9.80665\ \left(\frac{m}{s^2}\right) * 10\ m}}{\mathbf{299792458^2\ \left(\frac{m^2}{s^2}\right)}}\right)$$

fc = 2.2687318153206176 14116E+23((9.80665*10)/(299792458^2))*

$$\boldsymbol{f_c} = \mathbf{2.4754971524040593 65415E + 8\ Hz}$$

$$\boldsymbol{f_c} = \mathbf{247.5497152404059365415\ \ Mhz}$$

La fréquence énergétique du proton augmente de 250 Mhz suite à une chute d'une hauteur de 10 m au-dessus du sol.

Selon l'interprétation de la relativité générale, le varion n'est pas attiré par le sol, il suit simplement la courbure temporelle due à la masse de la terre. (C'est un peu comme un bateau qui suit la courbure de la terre en avançant en droite ligne sur l'eau). Juste avant de toucher le sol, le décalage d'écoulement temporel du varion par rapport au sol et par rapport à tout autre objet ou observateur immobile par rapport au sol est d'environ 1.000000000000001091137. Plus on se rapproche du sol, plus la courbure s'accentue. Plus on se rapproche du sol, plus le « tempo temporel relatif » ou « cadence temporelle relative » s'accentue entre un objet en chute libre et un objet ou observateur fixe par rapport au sol. Un observateur en chute libre avec le proton ne verrait pas de différence de fréquence. Son « tempo temporel » reste identique à celui du proton.

Le photon est aussi affecté par le champ de gravitation. Sa fréquence varie selon la dilatation temporelle. Sa vitesse est invariante.

$$f_{modifiée} = f_{originale}\left(\frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} + \mathbf{1}\right)$$

$$f_{originale}\left(\frac{t}{\tau}\right) = f_{originale}\left(\frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} + \mathbf{1}\right)$$

Suite à la chute, la fréquence est augmentée, on parle d'un décalage vers le bleu.

À l'inverse, un photon émis vers le haut subira un décalage vers le rouge.

Nous pouvons réécrire l'équation ainsi : [1]

$$f_{modifiée} = \left(f_{originale}\ \frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} + f_{originale}\right)$$

$$\frac{f_{modifiée} - f_{originale}}{f_{originale}} = \frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}}$$

$$\boxed{\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}}}$$

Cette relation peut être généralisée en remplaçant « gH » par « GM(1/r1-1/r2) », où G désigne la constante de la gravitation universelle. Le décalage en fréquence vaut donc

$$\frac{\Delta f}{f_{originale}} = -\left(\frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{c^2}}\right)\left(\frac{\mathbf{1}}{r_1} - \frac{\mathbf{1}}{r_2}\right)$$

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 550)

La courbure temporelle en fonction d'une énergie

Si nous résumons

$$\frac{\boldsymbol{\Delta f}}{\boldsymbol{f_{originale}}} = \frac{\mathbf{gH}}{\mathbf{c^2}} = - \left(\frac{\mathbf{GM}}{\mathbf{c^2}}\right)\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_2}}\right)$$

Remplaçons la constante de la gravitation universelle par une formule qui fait intervenir le temps de Planck. [1]

$$\boldsymbol{t_{plank}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{hG}}{\boldsymbol{2\pi c^5}}}$$

Le temps de Planck est égal à 5,3391246448E-44 s

Isolons G

$$\boldsymbol{G} = \frac{\boldsymbol{t_p^2\ 2\ \pi\ c^5}}{\boldsymbol{h}}$$

Opérons le remplacement

$$\frac{\boldsymbol{\Delta f}}{\boldsymbol{f_{originale}}} = \frac{\boldsymbol{t_p^2\ 2\ \pi\ c^5}}{\boldsymbol{h}} \left(\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{c^2}}\right)\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_2}}\right)$$

Remplaçons M par la formule de la fréquence énergétique

$$\frac{\boldsymbol{\Delta f}}{\boldsymbol{f_{originale}}} = \frac{\boldsymbol{t_p^2\ 2\ \pi\ c^5}}{\boldsymbol{h}} \left(\frac{\boldsymbol{h\ f_{0_M}}}{\boldsymbol{c^2\ c^2}}\right)\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_2}}\right)$$

Simplifions

$$\frac{\boldsymbol{\Delta f}}{\boldsymbol{f_{originale}}} = \boldsymbol{c\ t_p^2\ \ 2\ \pi\ f_{0_M}} \left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_1}} - \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{r_2}}\right)$$

1. Voir l'annexe 2 pour les détails sur les unités de Planck

Remplaçons le temps de Plank par l'équation provenant du principe d'incertitude de Heisenberg

$$\boxed{\boldsymbol{t_p = \frac{1}{4\,\pi\, f_{0_{max}}}}}$$

$$\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{c}{4^2 \pi^2 f_{0_{max}}^2}\; 2\,\pi\, f_{0_M}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Simplifions

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{c}{8\,\pi\, f_{o_{max}}}\;\frac{f_{0_M}}{f_{o_{max}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$$

La formule peut s'écrire aussi sous cette forme

$$\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{\lambda_{o_{min}}}{8\,\pi}\;\frac{f_{0_M}}{f_{o_{max}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

Nous trouvons une formule de la gravitation qui fait intervenir une fréquence énergétique déterminée comme un maximum naturel et son rapport avec la fréquence énergétique du varion. Cette formule représente la courbure de l'espace-temps provoqué par la présence d'une énergie de masse, ceci dans la limite newtonienne, limite pour laquelle les champs gravitationnels sont faibles et que v est très petit devant c.

Remarque : $\boldsymbol{f_{0_M}}$ est l'agent qui provoque la courbure temporelle. $\boldsymbol{f_{originale}}$ subis la dilation temporelle provoquée par l'agent. Ce n'est pas le même $\boldsymbol{f}$.

Selon la relativité générale toute source d'énergie provoque la courbure temporelle pas seulement les varions. La courbure provoquée par un positon et un électron est la même que celle des photons suivant l'annihilation des deux particules suite à leur rencontre. La même formule s'applique pour les photons.

Comparativement à la formule de Newton qui fait intervenir la masse, la formule proposée est la même pour un varion ou un photon. Nous remplaçons $\boldsymbol{f_{0_M}}$ par $\boldsymbol{f_e}$. $\boldsymbol{f_e}$ pour $\boldsymbol{f_{energétique}}$ et nous simplifions l'écriture

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{c}{8\,\pi\, f_{0_{max}}^2}\; f_e\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$$

En partant de

$$\left(\frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2}+1\right)=\frac{\mathrm{t}}{\tau} \quad \text{et de} \quad \frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2}$$

Nous déduisons une équation de la dilatation du temps en fonction de l'énergie.

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\frac{c}{8\,\pi\, f_{0_{ppo}}^2}\, f_e \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1}$$

Rappel : Pour le varion : $\cosh(\theta) = \frac{t}{\tau}$

ppo = plus petit observable

ou

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1}$$

ou

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(l_p\,\frac{M_{sg}}{M_p}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1}$$

$\lambda_{0_{ppo}} \equiv \lambda_{0_{min}}$ ***plus*** $\boldsymbol{\varepsilon}$ est la longueur d'onde de la **plus petite particule** théorique **observable** qui a du même coup la plus grande énergie de masse ($f_{0_{ppo}} \equiv f_{0_{max}}$ ***moins*** $\boldsymbol{\varepsilon}$) compressée dans le plus petit espace tout en n'étant pas un trou noir, mais juste sur la frontière de la formation d'un trou noir. La particule a un **rayon égal à la longueur de Planck** et a la **demi-masse de Planck moins ε**. Dans le langage de la mécanique quantique, la dimension réfère à la probabilité égale à 1 de trouver la particule en un endroit dans cet espace.

Cherchons la valeur de $f_{0_{max}}$

$$t_p = \frac{1}{4\,\pi\, f_{0_{max}}} \quad => \quad f_{0_{max}} = \frac{1}{4\,\pi\, t_p}$$

$$f_{0ppo} = f_{0_{max}} = \frac{1}{4\,\pi\; 5{,}391246448\mathrm{E}-44}$$

$$\boxed{f_{0ppo} = 1{,}4760495983418E+42\ Hz}$$

$$\boxed{\lambda_{0_{ppo}} = \frac{c}{f_{0_{ppo}}} = 2{,}0310459644228E-34\ m}$$

$$\frac{f_e}{f_{0\max}} = \frac{2\,E_{sg}}{E_p} = \frac{2\,M_{sg}}{M_p} = \frac{M_{sg}}{M_{dp}}$$

Esg ≡ Energie de la source gravitationnelle
Ep ≡ Energie de la masse de Planck
Msg ≡ Masse de la source gravitationnelle
Mp ≡ Masse de Planck
Mdp ≡ Demi-masse de Planck (Mp/2)

En résumé

La formule de la dilatation temporelle en unités SI

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\left(\frac{GM_{sg}}{c^2}\ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)}$$

La formule de la dilatation temporelle en unités de Planck

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(l_p\ \ \frac{M_{sg}}{M_p}\ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1}$$

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(l_p\ \frac{f_{e_{sg}}}{f_{0_p}}\ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1}$$

La formule de la dilatation temporelle en fonction de la plus petite particule observable et en fonction de l'énergie, plutôt que la masse, ce qui est plus général

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_{e_{sg}}}{f_{0_{ppo}}}\ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1}$$

La gravitation Newtonnienne est interprétée par Einstein comme une courbure temporelle de l'espace-temps.

L'ampleur de cette courbure est proportionnelle au rapport entre la masse de la source gravitationnelle et la masse de la plus petite particule observable multipliée par la longueur d'onde énergétique au repos de cette particule divisė par 8 π.

$$\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{M_{sg}}{M_{dp}}$$

« lp » est le rayon de la plus petite particule observable, à la limite du trou noir. Cette particule a une masse équivalente à la moitié de la masse de Plank moins ε.

Recalculons, avec la nouvelle formule, la vitesse à l'arrivée sur le sol terrestre, en km/h, d'un objet qui tombe d'une hauteur de 10 mètres, sans vitesse initiale.

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{gH}{c^2}+1\right)\right) = c * tanh\left(acosh\left(\left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\;\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1\right)\right)$$

La masse de la terre **M_t=5,98E24 kg**

Le rayon de la terre **R_t=6380000 m**

Expression

Mode: Real RAD | Digit: 14 | Answer: Exponent | Accuracy | Comma format | Editor: Ace

```
/*** Chute libre : fréquence énergétique et λ0 minimum ***/
/* ppo : plus petit observable */
c=2.99792458E+08/*m/s*/; h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
λ0ppo=2.0310459644228E-34;/*m*/ f0ppo=1.4760495983418E42;/*Hz*/
Mterre=5.98E+24;/*kg*/ Rt=6380000;/*m*/ H=10;/*m*/
/*-------*/
f0terre=Mterre*c^2/h;
/*-------*/
r1=Rt;
r2=Rt+H;
fr1r2=(1/r1)-(1/r2);
/*-------*/
v_m=c*tanh(acosh(((λ0ppo/(8*pi))*(f0terre/f0ppo)*fr1r2)+1));
v_km=v_m*3600/1000;
/*-------*/
f0terre;
v_m;
v_km;
```

How to use | Sample calculation | Sample chart

Execute | Clear | to Editor

Answer

f0 terre	8.1112270881197E+74
Vitesse (m/s)	1.40038494E+1
Vitesse (km/s)	5.04138579E+1

Vitesse = 50,414Km/h

```
/*** Chute libre : fréquence énergétique et λ0 minimum ***/
/* ppo : plus petit observable */
c=2.99792458E+08/*m/s*/; h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/ G=6.67430000000E-11;
λ0ppo=2.0310459644228E-34;/*m*/ f0ppo=1.4760495983418E42;/*Hz*/
lp=1.616255024E-35;tp=5.391246448E-44;Mp=2.176434343E-8;
/*---------*/
Mterre=5.98E+24;/*kg*/ Rt=6380000;/*m*/ H=10;/*m*/
f0terre=Mterre*c^2/h;
fe=f0terre;
Ry=Rt;
/*-------*/
r1=Ry;
r2=Ry+H;
fr1r2=(1/r1)-(1/r2);
/*-------*/
/*v_m=c*tanh(acosh( ( (c*tp^2*2*pi)  *  (fe)       * (fr1r2) )+1));*/
/*v_m  =c*tanh(acosh( ( (c/(8*pi*f0ppo^2)) *  (fe/1)  * (fr1r2) )+1));*/
v_m  =c*tanh(acosh( ( (λ0ppo/(8*pi)) *  (fe/f0ppo)  * (fr1r2) )+1));
/*v_m  =c*tanh(acosh( ( (lp) *  (Mterre/Mp)  * (fr1r2) )+1));*/
/*v_m  =c*tanh(acosh( ( (lp) *  (fe/(f0ppo*2))  * (fr1r2) )+1));*/
/*v_m  =c*tanh(acosh( ( (G) *  (Mterre/c^2)  * (fr1r2) )+1));*/
v_km=v_m*3600/1000;
/*-------*/
f0terre;
v_m;
v_km;
```

Exercice 11 [1] : Décalage gravitationnel vers le rouge du soleil

Le soleil émet un rayonnement sur une vaste gamme de longueurs d'onde. Calculer le décalage vers le rouge du rayonnement à 550 nm émis par le soleil.

Il y a décalage vers le rouge, car le photon passe de la surface du soleil, courbure temporelle très prononcée, vers une courbure qui va en diminuant. Dans l'exercice, nous ne tiendrons pas compte de l'effet de la courbure temporelle terrestre qui à l'effet inverse sur le photon.

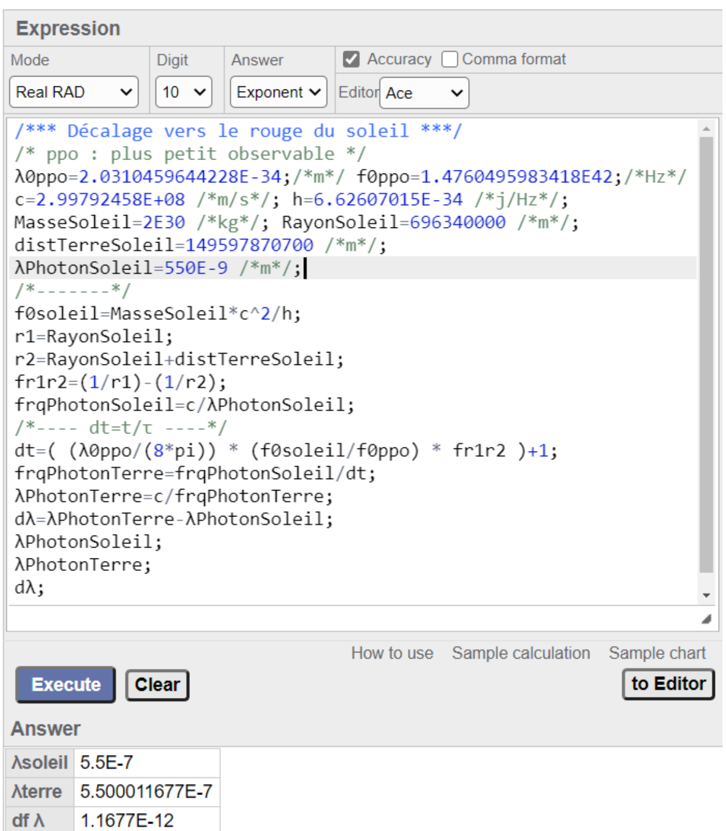
Masse du soleil : 2E30 kg
Rayon du soleil : 696340000 m
Distance terre-soleil : 149597870700 m

$$f_{modifiée} = f_{originale}\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$f_{photon} = \left(\frac{c}{\lambda_{photon}}\right)$$

alors

$$\frac{t}{\tau} = \left(\left(\frac{\lambda_{0ppo}}{8\,\pi}\;\frac{f_e}{f_{0ppo}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)$$



1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 563 problème 15.2 - 7)

Le décalage vers le rouge est de 1,16766E-12 m   (1,17E-3 nm)

```
/*** Décalage vers le rouge du soleil ***/
/* ppo : plus petit observable */
λ0ppo=2.0310459644228E-34;/*m*/ f0ppo=1.4760495983418E42;/*Hz*/
c=2.99792458E+08 /*m/s*/; h=6.62607015E-34 /*j/Hz*/;
MasseSoleil=2E30 /*kg*/; RayonSoleil=696340000 /*m*/;
distTerreSoleil=149597870700 /*m*/;
λPhotonSoleil=550E-9 /*m*/;
/*-------*/
f0soleil=MasseSoleil*c^2/h;
r1=RayonSoleil;
r2=RayonSoleil+distTerreSoleil;
fr1r2=(1/r1)-(1/r2);
frqPhotonSoleil=c/λPhotonSoleil;
/*---- dt=t/τ ----*/
dt=( (λ0ppo/(8*pi)) * (f0soleil/f0ppo) * fr1r2 )+1;
frqPhotonTerre=frqPhotonSoleil/dt;
λPhotonTerre=c/frqPhotonTerre;
dλ=λPhotonTerre-λPhotonSoleil;
λPhotonSoleil;
λPhotonTerre;
dλ;
```

Exercice 12 [1] : Décalage gravitationnel vers le bleue

Dans l'expérience de Pound et Rebka, un rayonnement gamma de 14,4 KeV est envoyé vers le bas à une distance de 22,5 m, au voisinage de la surface terrestre. Quel est le décalage en fréquence et sa valeur relative. Calculer à partir de la longueur de Planck et de la masse de Planck

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(l_p \; \frac{M_{sg}}{M_p} \; \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right) + 1}$$

Sélectionner au moins 18 Digits de précision

Expression

Mode: Real RAD | Digit: 18 | Answer: Exponent | ☑ Accuracy ☐ Comma format | Editor: Ace

```
/*** Chute libre : longueur de Planck et Masse de Planck ***/
c=2.99792458E+08/*m/s*/; h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
lp=1.616255024E-35/*m*/;Mp=2.176434343E-8/*kg*/;
MasseTerre=5.98E+24;/*kg*/ RayonT=6380000;/*m*/ H=22.5;/*m*/
EnergiePhoton=14.4/*keV*/; conversioneVHz=2.41798924200E+14;
/*-------*/
frqPhoton=EnergiePhoton*2.41798924200E+14;
r1=RayonT;
r2=RayonT+H;
fr1r2=(1/r1)-(1/r2);
/*---- dt=t/τ ----*/
dt=( lp * (MasseTerre/Mp) * (fr1r2) )+1;
frqsol=frqPhoton*dt;
df=frqsol-frqPhoton;
dfpc=(df/frqPhoton)*100;
/*-------*/
frqPhoton;
dt;
frqsol;
df;
dfpc;
```

How to use | Sample calculation | Sample chart

Execute | Clear | to Editor

Answer

freq photon	3.48190450848E+15
dilatation de t	1.00000000000000246E+0
freq au sol	3.48190450848000855E+15
décalage de freq	8.547E+0
valeur relative en %	2.455E-13

1. Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek, page 563 problème 15.2 - 9)

```
/*** Chute libre : longueur de Planck et Masse de Planck  ***/
c=2.99792458E+08/*m/s*/; h=6.62607015E-34;/*j/Hz*/
lp=1.616255024E-35/*m*/;Mp=2.176434343E-8/*kg*/;
MasseTerre=5.98E+24;/*kg*/ RayonT=6380000;/*m*/ H=22.5;/*m*/
EnergiePhoton=14.4/*keV*/; conversioneVHz=2.41798924200E+14;
/*-------*/
frqPhoton=EnergiePhoton*2.41798924200E+14;
r1=RayonT;
r2=RayonT+H;
fr1r2=(1/r1)-(1/r2);
/*---- dt=t/τ ----*/
dt=( lp * (MasseTerre/Mp) * (fr1r2) )+1;
frqsol=frqPhoton*dt;
df=frqsol-frqPhoton;
dfpc=(df/frqPhoton)*100;
/*-------*/
frqPhoton;
dt;
frqsol;
df;
dfpc;
```

Équations de « G » en fonction de la longueur de Planck et de la masse de Planck

Ces deux équations sont équivalentes

$$\boxed{\frac{t}{\tau}=\left(\left(\frac{GM_{sg}}{c^2}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1\right)}\qquad\boxed{\frac{t}{\tau}=\left(l_p\ \frac{M_{sg}}{M_p}\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)\right)+1}$$

Nous en déduisons que

$$\frac{GM_{sg}}{c^2}=l_p\ \frac{M_{sg}}{M_p}$$

donc

$$\frac{G}{c^2}=\frac{l_p}{M_p}$$

$$\boxed{\boldsymbol{G=\frac{c^2\ l_p}{M_p}}}$$

*G=2,99792458E+08^2*1,616255024E-35/2,176434343E-8*

G=6,6743E11

Équation de G en fonction de la fréquence énergétique de la masse de Planck

$$G=\frac{c^4\ l_p}{h\ f_{0_p}}$$

Équation de G en fonction de la longueur d'onde énergétique de la masse de Planck

$$G=\frac{c^3\ \lambda_{0_p}\ l_p}{h}$$

Équation de G en fonction de la plus petite particule observable
(Résultat en exécutant le même exercice mais avec les données de ppo)

$$\boldsymbol{G}=\frac{\lambda_{0_{ppo}}\ c^4}{h\ 8\,\pi\ f_{0_{ppo}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{G=\frac{\lambda_{0_{ppo}}^2\ c^3}{h\ 8\,\pi}}}$$

Loi universelle de la gravitation

Nous pouvons adapter la formule de Newton de la force exercée entre deux corps en employant l'approche de la courbure temporelle et le temps de Planck.

" Deux corps ponctuels de masses respectives M_A et M_B s'attirent avec des forces vectoriellement opposées et de même valeur absolue. Cette valeur est proportionnelle au produit des deux masses, et inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare. Ces 2 forces opposées ont pour axe commun la droite passant par les centres de gravité de ces deux corps." [1]

$$F_{A_B} = F_{B_A} = G\,(\frac{M_A M_B}{d^2})$$

de

$$\mathbf{G} = \frac{\mathbf{c}^2 \mathbf{l_p}}{\mathbf{M_p}}$$

Remplaçons G,M_A et M_B

$$F_{A_B} = F_{B_A} = \frac{\mathbf{c}^2\ \mathbf{l_p}}{\mathbf{M_p}}\ (\frac{M_A M_B}{d^2})$$

$$F_{A_B} = F_{B_A} = \frac{\mathbf{c}^2\ \mathbf{l_p}}{\mathbf{M_p}}\ (\frac{h\,f_{0A}\ h\,f_{0B}}{c^2\ d^2\ c^2})$$

$$F_{A_B} = F_{B_A} = \frac{\mathbf{h}\ \mathbf{l_p}}{c^2\ \mathbf{M_p}}\ \left(\frac{f_{0A}\ f_{0B}}{d^2}\right)$$

Il n'y a plus de " force " qui s'exerce entre les deux corps. Chacun est dans " la sphère de dilatation temporelle " de l'autre. Ils suivent la courbure temporelle dans leur déplacement dans le temps. Comme l'espace-temps est un continuum, un " changement de direction " dans le temps provoque un changement dans l'espace.

Toujours la même restriction que précédemment pour cette équation. Elle s'applique dans la limite newtonienne, limite pour laquelle les champs gravitationnels sont faibles et que v est très petit devant c.

Les résultats sont les mêmes que Newton, mais la vision est différente.

1. Loi universelle de la gravitation
https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_universelle_de_la_gravitation#:~:text=Expression%20math%C3%A9matique%20selon%20Isaac%20Newton,-Deux%20corps%20ponctuels&text=Cette%20valeur%20est%20proportionnelle%20au,gravit%C3%A9%20de%20ces%20deux%20corps.

Conclusion

Le varion a un comportement ondulatoire qui est dépendant de son niveau énergétique.

De

$$\boldsymbol{E = mc^2 \; et \; E = h\,f}$$

on déduit

$$\boldsymbol{mc^2 = h\,f}$$

$$\boldsymbol{f = \frac{m\,c^2}{h}}$$

La relativité restreinte établie que le temps se dilate avec la vitesse. La dilatation du temps affecte la fréquence du varion et sa longueur d'onde.

$$\boldsymbol{f_{totale} = f_0\, cosh(\theta) = \; f_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{1}{cosh(\theta)\, f_0 \;\frac{v}{c^2}} \quad = \frac{1}{f_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)\frac{v}{c^2}}}$$

L'énergie cinétique est la différence entre la fréquence énergétique totale et la fréquence au repos.

$$\boldsymbol{f_{cinétique} = f_{totale} - \; f_0}$$

Le varion est comme un paquet d'ondes dont on déduit la longueur d'onde de de Broglie ainsi:

$$\boldsymbol{\lambda_{db} = \frac{\frac{c^2}{v}}{f_0 \left(\frac{t}{\tau}\right)}}$$

où

$$\boldsymbol{\frac{c^2}{v} \; est \; la \; vitesse \; de \; phase \; du \; paquet \; d'ondes}$$

$$\boldsymbol{v \; est \; la \; vitesse \; de \; groupe \; du \; paquet \; d'ondes, la \; vitesse \; du \; varion}$$

$$\boldsymbol{f_0 \left(\frac{t}{\tau}\right) = f_{totale} \;\; est \; la \; fréquence \; associé \; au \; varion}$$

De ce comportement ondulatoire, la mécanique quantique se sert des équations ondulatoires pour prédire la probabilité de présence de l'électron en un point précis.

Le photon

Si nous appliquons la formule du paquet d'ondes au photon.

$$\lambda_{photon} = \frac{\frac{c^2}{c}}{f} = \frac{c}{f}$$

$\boldsymbol{cosh(\theta)\, f_0}$ ne s'applique pas au photon, il est toujours en mouvement à la vitesse c.

La vitesse de phase est la vitesse de groupe, donc une onde monochromatique de fréquence f.

Du point de vue ondulatoire :

L'énergie est le nombre de cycles par seconde

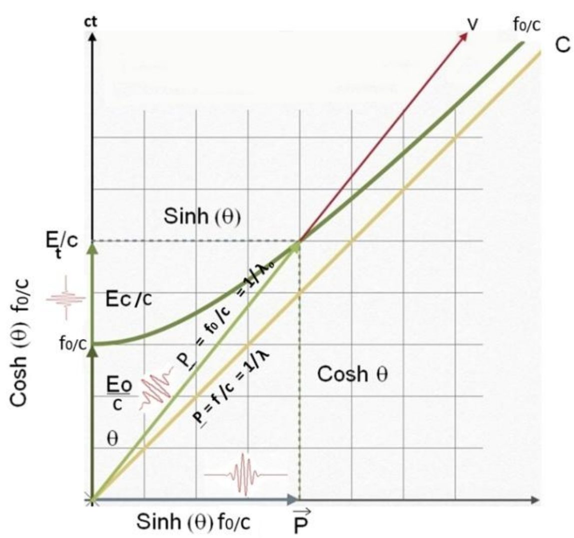
$$E = \frac{cycle}{seconde}$$

La quantité de mouvement est le nombre de cycles par mètre

$$P = \frac{cycle}{mètre}$$

Ces quantités sont conservées lors d'une réaction chimique ou nucléaire ou lors d'une collision.

<u>Représentation graphique de l'effet relativiste sur le varion (en Hze)</u>



La vitesse d'un varion, selon l'interprétion d'Einstein se calcul comme suit:

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

<u>La longueur d'onde d'un photon transmit ou absorbé lors d'un changement de niveau d'énergie de l'électron pour un atome hydrogénoïde</u>

$$\boxed{\lambda_{\text{Photon}}\ \mathrm{n_a} - \mathrm{n_b} = \frac{\mathrm{c}}{f_{0r\ e\ noyau}\ \left(\left(\left(cosh(\theta_{n_a})\right) - 1\right) - \left(\left(cosh(\theta_{n_b})\right) - 1\right)\right)} \qquad \mathrm{n_a} < \mathrm{n_b}\ \text{ et }\ \mathrm{n} \geq 1}$$

<u>La gravitation</u>

La dilatation temporelle engendrée par la présence d'une masse ou d'une énergie en fonction de la distance est

(Les formules s'appliquent dans la limite newtonienne, limite pour laquelle les champs gravitationnels sont faibles et que v est très petit devant c).

$$\boxed{\frac{t}{\tau} = \left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\ \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1}$$

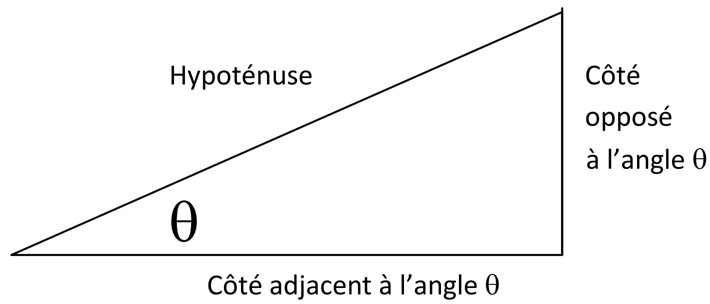
La force gravitationnelle selon l'énergie en unités de Planck

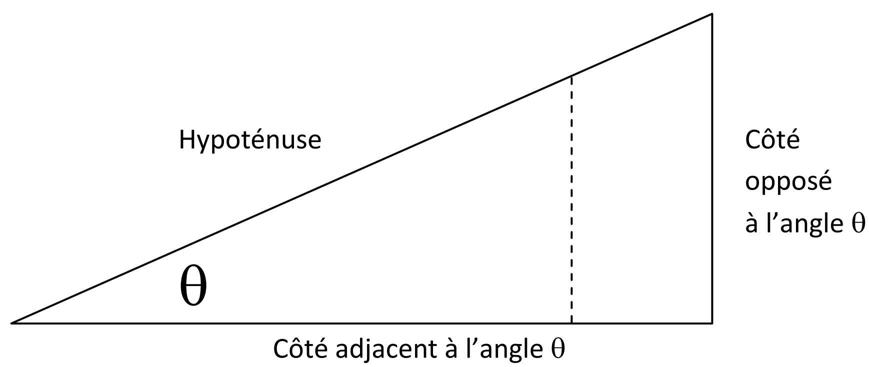
$$\boxed{F_{A_B} = F_{B_A} = \frac{\mathrm{h\ l_p}}{c^2\ \mathrm{M_p}}\ \left(\frac{f_{0A}\ f_{0B}}{d^2}\right)}$$

Ces formules ne changent pas le résultat des calculs exécutés selon l'approche de Newton, mais elles changent la vision que l'on se fait de la nature.

Annexe 1

Trigonométrie à partir d'un triangle rectangle





Pour un triangle rectangle, quelle que soit la grandeur du triangle, le rapport entre les différents côtés semblables est toujours égal pour un même angle. C'est-à-dire :

Le rapport du « *Côté adjacent/Hypoténuse* » est appelé **Cosinus de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même angle θ.

Le rapport du « *Côté opposé/Hypoténuse* » est appelé **Sinus de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même angle θ.

Le rapport du « *Côté opposé/Côté adjacent* » est appelé **Tangente de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même angle θ.

Remarque : **Sinus θ**/**Cosinus θ** égal

Côté opposé/Hypoténuse divisé par *Côté adjacent/Hypoténuse*
Côté opposé/Côté adjacent
Tangente de θ

Les fonctions inverses

$\cos(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{x}$ implique que nous connaissons l'angle et que nous cherchons x.

Dans différentes situations c'est l'inverse qui se présente; nous connaissons x et nous cherchons l'angle θ.

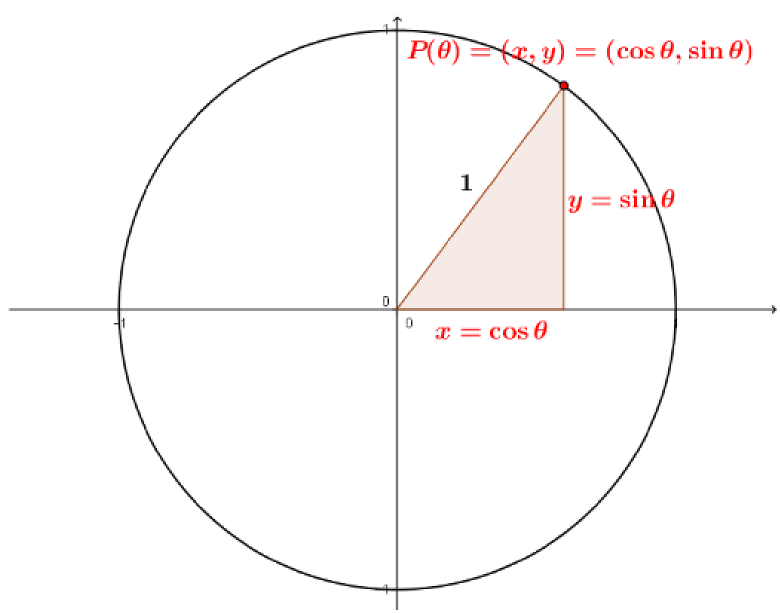
Les fonctions inverses sont celles-ci et elles peuvent s'écrire sous différentes formes :

arcsinus	ou **asin**	ou **sin**$^{-1}$
arcosinus	ou **acos**	ou **cos**$^{-1}$
arctangente	ou **atan**	ou **tan**$^{-1}$

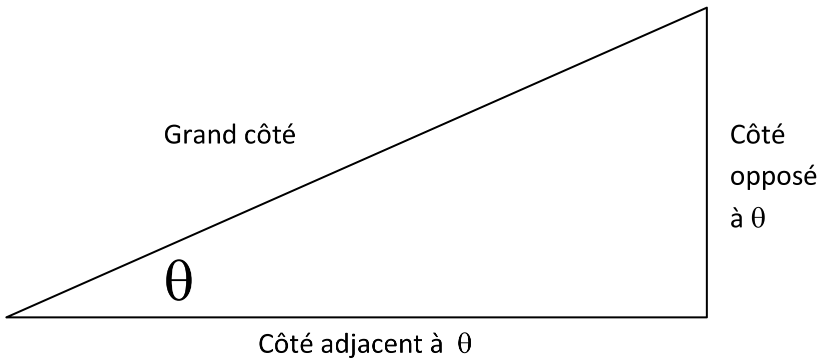
Équation pratique :

$$\cos^2(\boldsymbol{\theta}) + \sin^2(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{1}$$

Le triangle rectangle traité ici peut être vu comme un triangle qui évolue dans un cercle de rayon « 1 » où **r** est l'hypoténuse du triangle.



Trigonométrie hyperbolique



La trigonométrie hyperbolique est semblable, sans représenter la même chose que la trigonométrie du triangle rectangle qui évolue dans un cercle. C'est un triangle rectangle qui évolue selon une fonction hyperbolique. Pour ce triangle rectangle, quelle que soit la grandeur du triangle, le rapport entre les différents côtés semblables est toujours égal pour un même θ.

Le rapport du « *Côté adjacent/*Grand côté » est appelé **Cosinush de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même θ.

Le rapport du « *Côté opposé/*Grand côté » est appelé **Sinush de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même θ.

Le rapport du « *Côté opposé/Côté adjacent* » est appelé **Tangenteh de θ.** Il a toujours la même valeur quelle que soit la grandeur du triangle, ceci pour un même θ.

Remarque **Sinush θ/Cosinush θ** égale

*Côté opposé/*Grand côté divisé par *Côté adjacent/*Grand côté

Côté opposé/Côté adjacent

Tangenth de θ

Équation pratique :

$$\cosh^2 \theta - \sinh^2 \theta = 1$$

x	0		$+\infty$
cosh x	1	↗	$+\infty$
sinh x	0	↗	$+\infty$
tanh x	0	↗	+1
coth x	$+\infty$	↘	+1

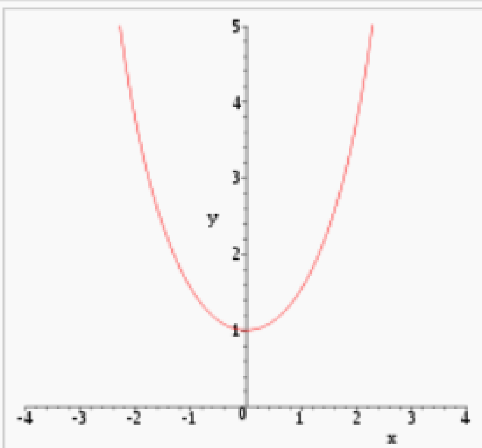
Les fonctions inverses

$\mathbf{cosh}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{x}$ implique que nous connaissons θ et que nous cherchons x.

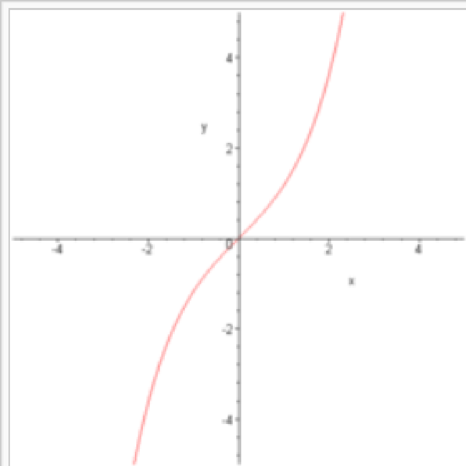
Dans différentes situations c'est l'inverse qui se présente; nous connaissons x et nous cherchons θ.

Les fonctions inverses sont celles-ci et elles peuvent s'écrire sous différentes formes :

arc sinus hyperbolique	ou **asinh**	ou **sinh**$^{-1}$
arc cosinus hyperbolique	ou **acosh**	ou **cosh**$^{-1}$
arc tangente hyperbolique	ou **atanh**	ou **tanh**$^{-1}$



Cosinus hyperbolique



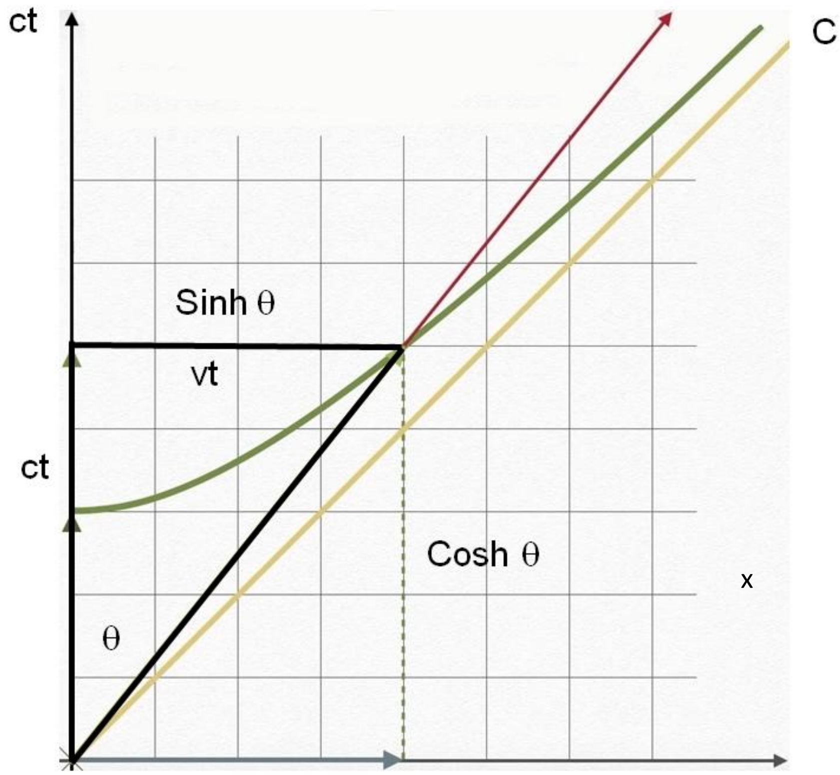
Sinus hyperbolique

Détails mathématiques

Q6 Les fonctions hyperboliques et réciproques :
https://www.youtube.com/watch?v=ThYI4e_IpvI

Fonctions hyperboliques et hyperbole unitaire
https://www.youtube.com/watch?v=JKCGfrt8SNQ

Trigonométrie hyperbolique appliquée à la relativité restreinte



sinh $\theta = vt$
cosh $\theta = ct$
tanh θ = sinh θ / cosh θ
tanh $\theta = vt / ct$
tanh $\theta = v / c$

Pour obtenir θ , faire la fonction inverse de tanh $\theta = v / c$: **atanh (v/c)**
θ = atanh (v/c)
θ est défini comme le paramètre angulaire de vitesse.

Le triangle change en fonction de v.
Cosh θ vaut 1 quand la vitesse est nulle (côté adjacent = grand côté).
Plus v augmente, plus cosh θ augmente, ceci vers l'infini.

Annexe 2

Les unités de Planck

En physique, le système d'unités de Planck est un système d'unités de mesure défini uniquement à partir de constantes physiques fondamentales. Il a été nommé en référence à Max Planck, qui l'introduisit (partiellement) à la fin de l'article présentant la constante qui porte à présent son nom, la constante de Planck.

Pour exprimer le comportement de la nature, nous faisons appel à 3 notions qui sont

- La vitesse
- La masse
- La dimension

Ces 3 notions font, chacune, appel à une théorie en particulier. Chacune de ses théories est basée sur une constante fondamentale. Une constante fondamentale est une grandeur fixe, intervenant dans les équations de la physique, qui ne peut pas être déterminée par une théorie sous-jacente. Elles sont déterminées de façon empirique.

- Pour la vitesse, il y a la théorie de la relativité restreinte
  - $\boldsymbol{c = 2,99792458 * 10^{8} \ \frac{m}{s}}$
- Pour la masse, il y a la théorie de la gravitation
  - $\boldsymbol{G \ = 6,6743 * \ 10^{-11} \ \frac{m^3}{kg.s^2}}$
- Pour la dimension, il y a la théorie de la mécanique quantique
  - $\hbar = \boldsymbol{\frac{h}{2\pi} = 1,05457181765 * \ 10^{-34} \ \frac{kg\, m^2}{s}}$

Nous cherchons à **définir un nouveau système d'unités basé seulement sur les valeurs de ces constantes fondamentales**. Les physiciens appellent ce système d'unités, le « système d'unités naturelles ».

Le processus pour aboutir à ce système d'unités passe par l'analyse dimensionnelle. Le processus est simple, mais un peu long. Pour les détails, je vous renvoie à l'annexe 3 et à la vidéo de Brian Greene qui démontre la démarche à suivre.

Your Daily Equation #15: The Planck Length - Why String Theory is Hard to Test (27:17)
https://www.youtube.com/watch?v=1MRGJwdeie0&list=PLKy-B3Qf_RDVL6Z_CmgKf0tAbpXTua9mV&index=28&t=359s

Une autre démonstration de qualité
Planck Units - Part 1 of 3…
https://www.youtube.com/watch?v=uaN8uM_2_sk

Les unités de Planck qui nous intéressent ici sont

Pour la longueur, $\boldsymbol{l_p}$: dénommée **longueur de Planck**

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = \sqrt{\frac{G\,\hbar}{c^3}}}}$$

$$\boldsymbol{l_p = 1,616255024E - 35\ m}$$

Pour le temps, $\boldsymbol{t_p}$: dénommé **temps de Planck**

$$\boxed{\boldsymbol{t_p = \sqrt{\frac{G\,\hbar}{c^5}}}}$$

$$\boldsymbol{t_p = 5,391246448E - 44\ s}$$

Pour la masse, $\boldsymbol{m_p}$: dénommée **masse de Planck**

$$\boxed{\boldsymbol{m_p = \sqrt{\frac{\hbar\,c}{G}}}}$$

$$\boldsymbol{m_p = 2,176434343E - 8\ kg}$$

Le processus semble seulement changer un système d'unités en un autre système d'unités. Il s'avère que le nouveau système d'unités dévoile des éléments très fondamentaux de la nature.

Au premier coup d'œil, nous remarquons que $\boldsymbol{l_p}$ diffère de $\boldsymbol{t_p}$ que d'un multiple de $\boldsymbol{c}$.

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = c\ t_p}}$$

l_p est équivalent à la distance parcourue par la lumière pendant le temps de Planck.

Nous pouvons définir G en fonction des unités naturelles

Pour usage ultérieur, établissons G en fonction de lp

$$l_p^2 = \frac{G\,\hbar}{c^3}$$

$$\boxed{G = \frac{l_p^2\ c^3}{\hbar} \quad = \frac{2\,\pi\ l_p^2\ c^3}{h}}$$

Remplaçons la masse de Planck m_p par son équivalent en fréquence énergétique f_p pour une particule au repos

$$m_{0_P} = \frac{h\,f_{0_p}}{c^2}$$

$$\frac{h\,f_{0_p}}{c^2} = \sqrt{\frac{\hbar\,c}{G}}$$

$$\frac{h^2\,f_{0_p}^2}{c^4} = \frac{\hbar\,c}{G}$$

Isolons f_p

$$f_{0_p}^2 = \frac{h\,c\,c^4}{2\,\pi\,G\,h^2}$$

$$f_{0_p}^2 = \frac{c^5}{2\,\pi\,G\,h}$$

Remplaçons G par son équivalent en unités de Planck

$$f_{0_p}^2 = \frac{c^5 h}{2\,\pi\,2\,\pi\,l_p^2\ c^3\ h}$$

Simplifions

$$f_{0_p}^2 = \frac{c^2}{2^2\,\pi^2\,l_p^2}$$

Fréquence énergétique de Planck f_{0_p} pour une particule au repos

$$\boxed{f_{0_p} = \frac{c}{2\,\pi\ l_p}} \qquad \boxed{f_{0_p} = 2.95209919668E+42\ Hz}$$

Exprimons l'énergie de la particule sous la forme de la longueur d'onde au repos

En partant de

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \quad => \quad \frac{c}{f_{0_p}} \quad = \frac{c \;\, 2\,\pi \;\, l_p}{c}$$

nous pouvons définir λ_{0_p}

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{0_p} = \; 2\,\pi \;\, l_p}}$$

Longueur d'onde de Planck

$$\boldsymbol{\lambda_{0_p} = \; 2\,\pi \;\, l_p}$$

$$\boldsymbol{\lambda_{0_p}} = \textbf{1,0155229822114E-34 m}$$

$\boldsymbol{2\,\pi \;\, l_p}$ ***est égale à un cycle complet de l'onde.***

Fait à noter : l'onde serait stationnaire si elle se retrouvait sur un cercle de rayon $\boldsymbol{l_p}$

ou dans un puits de carré infini de longueur égale à $2\,\pi \;\, \boldsymbol{l_p}$

Réécrivons en fonction de l_p

$$\boxed{\boldsymbol{l_p \;\; = \frac{\lambda_{0_p}}{2\,\pi}}}$$

l_p est aussi la longueur d'onde de Compton réduite d'une particule ayant la masse de Planck. Formulation que l'on retrouve dans les écrits.

La relativité générale dit que, associé à toute masse m, il existe une longueur appelée rayon de Schwarzschild R_s, de sorte que la compression d'un objet de masse m à une taille plus petite ou égale que cela entraîne la formation d'un trou noir.

Est-ce qu'une particule ayant la masse de Planck et que celle-ci est comprise dans une sphère de rayon $\boldsymbol{l_p}$, est un trou noir ?

Selon la formule du rayon de Schwarzschild

$$R_s = \frac{2\ G\ m_{0_p}}{c^2}$$

$$R_s = \frac{2 * 6.6743E - 11 * \ 2.176434343E - 8}{(2.99792458E + 08)^2}$$

$$R_s = 3{,}2325100488474E - 35\ m$$

$$l_p = 1{,}616255024E - 35\ m$$

$$\boldsymbol{R_s > l_p}$$

Une particule ayant la masse de Planck et que celle-ci est comprise dans une sphère de rayon $\mathbf{l_p}$, est un bien trou noir.

Quelle serait la masse critique pour obtenir un trou noir, pour une sphère de rayon $\boldsymbol{l_p}$?

$$R_s = \frac{2\ G\ m}{c^2}$$

$$m = \frac{c^2 R_s}{2\ G}$$

$$m = \frac{c^2 l_p}{2\ G}$$

$$m = \frac{(2.99792458E + 08)^2 * \ 1{,}616255024E - 35}{2 * 6.6743E - 11}$$

masse critique pour un trou noir de rayon lp

$$m_{crt_{trou\ noir}} = 1{,}088217171359E - 8\ Kg$$

$$\frac{m_{crt_{trou\ noir}}}{m_p} = \frac{1{,}088217171359E - 8\ Kg}{2.176434343E - 8\ kg}$$

La masse critique est exactement la moitié de la masse de Planck.

Nous cherchons ici la plus petite particule observable et sans qu'elle soit un trou noir. [1]

Nous devons donc trouver la particule qui occupera le moins d'espace. Due à son caractère ondulatoire, pour ne pas perdre son énergie, elle doit être stationnaire, confiné dans un espace de type puits carré infini de demi-longueur d'onde, soit un cercle dont la circonférence $2\,\pi\,R$ égale $\lambda_0/2$. Pour avoir la plus courte longueur d'onde, l'énergie, la masse de la particule, doit être la plus grande possible.

La masse doit être la plus grande possible, mais juste légèrement inférieure à la masse critique nécessaire pour former un trou noir.

Nous allons chercher la **masse critique** à partir du rayon de Schwarzchild R_s.
Donc

$$\boldsymbol{2\,\pi\,R_s = \frac{\lambda_0}{2}}$$

ou

$$4\,\pi\,R_s = \lambda_0 \quad => \qquad R_s = \frac{\lambda_0}{4\,\pi}$$

Selon l'équation d'incertitude de Heisenberg $\Delta E.\Delta t\ \geq\ \hbar/2$, pour que l'énergie soit maximale, le temps doit être minimal.

Pour le temps

$$\Delta E.\Delta t\ \geq \frac{\hbar}{2} \quad => \quad \Delta t\ \geq \frac{\hbar}{2\ \Delta E}$$

Comme Δt est un minimum, nous posons

$$t_{min} = \frac{\hbar}{2\,\Delta E}$$

$$t_{min} = \frac{\hbar}{2\ m_{max}\ c^2} \qquad (1)$$

Remplaçons la masse par son équivalent en fréquence énergétique

$$m_0 = \frac{h\ f_0}{c^2}$$

$$t_{min} = \frac{h\,c^2}{2\,\pi\,2\,h\,f_0\ \ c^2}$$

$$t_{min} = \frac{1}{4\,\pi\ \ f_{0_{max}}}$$

1. http://pragtec.com/physique/download/Calculs_interpretations_unites_Planck_df.php

En multipliant par « c » sur les 2 côtés de l'équation, nous obtenons une longueur

$$c\ t_{min} = \frac{c}{4\ \pi\ \ f_{0_{max}}}$$

$$c\ t_{min} = \frac{\lambda_{0_{min}}}{4\ \pi}$$

Cette longueur est un minimum

$$l_{min} = \frac{\lambda_{0_{min}}}{4\ \pi}$$

ou

$$2\ \pi\ l_{min} = \frac{\lambda_{0_{\min}}}{2}$$

La particule ayant la longueur d'onde $\lambda_{0_{\min}}$ serait stationnaire sur un cercle de rayon l_{min}

Nous ne voulons pas que la particule soit un trou noir, nous cherchons la masse critique, donc

$$l_{min} = R_s$$

En considérant la contrainte du trou noir, partons de la formule du rayon de Schwarzschild

$$R_s = \frac{2\ G\ m}{c^2}$$

et comme

$$R_s = l_{min} = c\ t_{min}$$

ceci implique que

$$c\ t_{min} = \frac{2\ G\ m}{c^2}$$

Isolons m

$$m = \frac{t_{min}\ c^3}{2\ G} \qquad (2)$$

En partant de (1) et (2)

$$t_{min} = \frac{\hbar}{2\ m_{max}\ c^2} \qquad et \qquad m = \frac{t_{min}\ c^3}{2\ G}$$

Nous remplaçons m_{max}

$$t_{min} = \frac{\hbar\ 2\ G}{2\ t_{min}\ c^3\ c^2}$$

$$t_{min} = \frac{G\ \hbar}{t_{min}\ c^5}$$

$$t_{min}^2 = \frac{G\ \hbar}{c^5}$$

Un dernier réarrangement et nous obtenons l'équation du **temps de Planck !**

$$\boxed{\boldsymbol{t_p} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{G}\ \hbar}{\boldsymbol{c^5}}}}$$

Multiplions c par t_p et nous obtenons l'équation de la **longueur de Planck**

$$\boxed{\boldsymbol{l_p} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{G}\ \hbar}{\boldsymbol{c^3}}}}$$

Pour usage ultérieur, établissons **G** par rapport à l_p

$$l_p^2 = \left(\frac{G\ \hbar}{c^3}\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{G} = \frac{\boldsymbol{l_p^2\ c^3}}{\hbar}} \qquad (3)$$

Cherchons la **masse du trou noir** pour un rayon égale à la longueur de Planck

$$R_s = l_p = \frac{2\ G\ m_{tn}}{c^2}$$

Isolons m_{tn}

$$m_{tn} = \frac{l_p\ \ c^2}{2\ G} \qquad (4)$$

Remplaçons l_p par $\sqrt{\frac{\boldsymbol{G}\,\hbar}{\boldsymbol{c}^3}}$, car nous voulons conserver que G , ħ, et c au final

Mettons l'équation au carré

$$m_{tn}^2 = \frac{l_p^2\ \ c^4}{4\ G^2}$$

Remplaçons l_p

$$m_{tn}{}^2 = \frac{G\ \hbar\ \ \ c^4}{c^3\ \ \ 4\ G^2}$$

Simplifions

$$m_{tn}{}^2 = \frac{\hbar\ c}{4\ G}$$

Masse critique du trou noir

$$\boxed{\boldsymbol{m_{tn}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\sqrt{\frac{\hbar\ \boldsymbol{c}}{\boldsymbol{G}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{m_{planck}} = \sqrt{\frac{\hbar\ \boldsymbol{c}}{\boldsymbol{G}}}}$$

La masse du trou noir, dont le rayon est égal à lp, est la moitié de la masse de Planck.

La longueur de Planck et la demi-masse de Planck caractérisent la zone de transition entre la particule la plus petite observable et un trou noir. Si la particule n'a pas la demi-masse de Planck, elle n'est pas la plus petite. Si elle dépasse ou égale la demi-masse de Planck, c'est un trou noir.

Trouvons la fréquence énergétique et la longueur d'onde de la demi-masse de Planck.

Dans l'équation (4) de la masse du trou noir, remplaçons G (3) par son équivalent avec l_p

$$m_{tn} = \frac{l_p \ c^2}{2\,G} \quad et \ \ G = \frac{l_p^2 \ c^3}{\hbar} = \frac{2\,\pi\,l_p^2 \ c^3}{h} \quad =>$$

$$m_{tn} = \frac{l_p \ c^2 \ h}{2\ 2\,\pi\,l_p^2 \ c^3}$$

$$m_{tn} = \frac{h}{4\,\pi\,l_p \ c}$$

Remplaçons la masse du trou noir $m_{0_{tn}}$ par son équivalent en $f_{0_{tn}}$ pour une particule au repos

$$m_{0_{tn}} = \frac{h\,f_{0_{tn}}}{c^2}$$

$$\frac{h\,f_{0_{tn}}}{c^2} = \frac{h}{4\,\pi\,l_p \ c}$$

Isolons $f_{0_{tn}}$

$$f_{0_{tn}} = \frac{h\,c^2}{4\,\pi\,l_p \ c \ h}$$

$$f_{0_{tn}} = \frac{c}{4\,\pi\,l_p}$$

Fréquence énergétique de la particule pour le trou noir en fonction de $\boldsymbol{lp}$

$$\boxed{\boldsymbol{f_{0_{tn}} = \frac{c}{4\,\pi\,l_p}}}$$

Exprimons l'énergie de la particule sous la forme de la longueur d'onde $\lambda_{0_{tn}}$

En partant de

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} \quad => \quad \frac{c}{f_{\,0_{tn}}} = \frac{c \ \ 4\,\pi \ \ l_p}{c}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\lambda_{0_{tn}} = \ 4\,\pi \ \ l_p}}$$

Nous pouvons modifier l'équation comme suit :

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\lambda_{0_{tn}}}}{\mathbf{2}} = \mathbf{2}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{l_p}}$$

$\mathbf{2}\,\boldsymbol{\pi}\;\boldsymbol{l_p}\ \boldsymbol{est}$ $\boldsymbol{\acute{e}gale}$ à $\boldsymbol{un\ demi\ cycle\ \ de\ l'onde.}$

L'onde serait stationnaire si elle se retrouvait sur un cercle de rayon $\boldsymbol{l_p}$

Conclusion : Une masse équivalente à la moitié de la masse de Planck qui se retrouve confinée dans une sphère de rayon $\boldsymbol{l_p}$ crée une courbure de l'espace-temps qui en fait un trou noir. C'est la masse critique. Ce qui nous donne la dimension limite inférieure, la frontière de l'observable sans être un trou noir.

Les paramètres établis au départ dictent que le temps est minimum et par l'équation de Heisenberg, cela implique que dans ce cas, l'énergie déduite de l'équation est un maximum. Et comme mentionné précédemment, lp est une longueur minimale.

Nous en déduisons que $\boldsymbol{m}$ est maximale, il en est de même pour la fréquence énergétique $\boldsymbol{f_0}$

$$t_p = \frac{\hbar}{2\,m\,c^2} \quad et\ m = h\frac{f_0}{c^2} \ =>$$

$$t_p = \frac{hc^2}{4\,\pi\ \ c^2\,h\,f_0}$$

$$\boxed{\boldsymbol{t_p} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{f_{0_{max}}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{f_{0_{max}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{t_p}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{f_{0_{max}}} = \mathbf{1.4760495983418}\boldsymbol{E} + \mathbf{42}\ \boldsymbol{hz}}$$

De $\boldsymbol{l_p}$ nous pouvons déduire la longueur d'onde ($\boldsymbol{\lambda_0}$) minimale

$$l_p = c\,t_p$$

$$l_p = \frac{c}{4\,\pi\,f_{0_{\max}}}$$

$$l_p = \frac{\lambda_{0_{min}}}{4\,\pi}$$

$$\lambda_{0_{min}} = 4\,\pi\,l_p$$

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{\lambda_{0_{min}}}}{\mathbf{2}} = \mathbf{2}\,\boldsymbol{\pi}\,\boldsymbol{l_p}} \qquad \boxed{\boldsymbol{\lambda_{0_{min}}} = \mathbf{2{,}0310459644228}\boldsymbol{E} - \mathbf{34}\ \boldsymbol{m}}$$

$\boldsymbol{\lambda_{0_{min}} = 4\,\pi\,1{,}616255024E - 35\;m}$

Le fait que les unités de Planck représentent des limites physiques dictées par le principe d'incertitude d'Heisenberg fait en sorte que toutes les unités de Planck, de base ou secondaires, représentent en fait des limites physiques ou des caractéristiques pour lesquelles certains paramètres sont optimisés.

Nous pouvons donc retrouver les unités de Planck en nous basant sur la recherche de la particule ayant la dimension la plus petite sans être un trou noir.

Les constantes fondamentales en fonction des constantes naturelles

Les valeurs des constantes fondamentales sont le produit des constantes naturelles. Elles se retrouvent facilement à partir des unités MKS.
Pour les constantes fondamentales

- m => lp, longueur de Planck
- m/s =>c = lp/tp, longueur de Planck/temps de Planck
- kg => mp, masse de Planck

- $\boldsymbol{c} = 2{,}99792458 * 10^8 \ \frac{m}{s}$
    - $\frac{m}{s} = c$ => $\boldsymbol{c = \frac{lp}{tp}}$
- $\boldsymbol{G} = 6{,}6743 * \ 10^{-11} \ \frac{m^3}{kg.s^2}$
    - $\frac{m^3}{kg.s^2}$ => $m * \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} * \frac{1}{\mathrm{kg}}$ => $\mathrm{G} = \mathrm{lp}\frac{\mathrm{c}^2}{\mathrm{m_p}}$ => $\mathbf{G} = \frac{\mathbf{lp^3}}{\mathbf{tp^2\ m_p}}$
- $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05457181765 * \ 10^{-34} \ \frac{kg\,m^2}{s}$
    - $\frac{kg\,m^2}{s}$ => $kg\frac{m}{s}\ m$ => $m_p * c * lp$ => $\boldsymbol{\hbar = \frac{m_p\,lp^2}{tp}}$
    - $\boldsymbol{h = m_p\ c\ 2\,\pi\,lp}$ => $\boldsymbol{h = \frac{m_p\ 2\,\pi\,lp^2}{tp}}$

Annexe 3

Unités de Planck, selon l'analyse dimensionnelle [1]

Les 3 constantes fondamentales sont:

- Pour la vitesse : $c = 2{,}99792458 * 10^{8} \quad m^{1}.s^{-1}$
- Pour la masse : $G = 6{,}6743 * 10^{-11} \quad m^{3}.kg^{-1}.s^{-2}$
- Pour la dimension : $\hbar = \frac{h}{2\,\pi} = 1{,}005457181765 * 10^{-34} \; kg^{1}.m^{2}\,.s^{-1}$

Ces constantes sont le reflet de ce qui a de plus profond, de plus basique, de plus fondamental dans la nature.

La vitesse, qui a une valeur limite qui ne peut être dépassée quelque soi l'énergie que l'on fournit.

La masse, qui est fonction de l'énergie contenue en elle et qui conditionne la courbure de l'espace-temps autour d'elle et qui conditionne aussi sont inertie au mouvement.

La constante de Planck réduite, qui comprend en soi des contraintes du comportement de la nature et qui prend toute son importance à très petite échelle.

Nous pouvons utiliser ces 3 constantes fondamentales pour définir de nouvelles unités élémentaires, dites « unités naturelles ».

Les nouvelles unités sont composées par la multiplication des 3 constantes fondamentales selon des proportions spécifiques en fonction de l'unité qu'elles représentent.

$$Unité\ de\ Planck = \boldsymbol{U_p} = \boldsymbol{c^{\alpha}}.\ \hbar^{\boldsymbol{\beta}}.\ \boldsymbol{G^{\gamma}}$$

1. Your Daily Equation #15: The Planck Length - Why String Theory is Hard to Test (27:17) https://www.youtube.com/watch?v=1MRGJwdeie0&list=PLKy-B3Qf_RDVL6Z_CmgKf0tAbpXTua9mV&index=28&t=359s

« Dénombrement » des unités MKS pour chaque constante

$Constantes\ universelles$	$Unités\ MKS$	$Unités\ MKS$ séparées		
$\boldsymbol{c}$	$m\,.s^{-1}$	$\boldsymbol{m^1}$	$\boldsymbol{s^{-1}}$	$\boldsymbol{kg^0}$
ħ	$m^2.kg\ .s^{-1}$	$\boldsymbol{m^2}$	$\boldsymbol{s^{-1}}$	$\boldsymbol{kg^1}$
$\boldsymbol{G}$	$m^3.s^{-2}.kg^{-1}$	$\boldsymbol{m^3}$	$\boldsymbol{s^{-2}}$	$\boldsymbol{kg^{-1}}$

Sommation des exposants

$Constantes\ universelles$	Exposants	$Unités\ MKS$ séparées		
$\boldsymbol{c^{\alpha}}$	$\boldsymbol{\alpha}$	$\boldsymbol{m^{\alpha}}$	$\boldsymbol{s^{-\alpha}}$	$\boldsymbol{kg^0}$
$\hbar^{\boldsymbol{\beta}}$	$\boldsymbol{\beta}$	$\boldsymbol{m^{2\beta}}$	$\boldsymbol{s^{-\beta}}$	$\boldsymbol{kg^{\beta}}$
$\boldsymbol{G^{\gamma}}$	$\boldsymbol{\gamma}$	$\boldsymbol{m^{3\gamma}}$	$\boldsymbol{s^{-2\gamma}}$	$\boldsymbol{kg^{-\gamma}}$
sommation des exposants		$\boldsymbol{\alpha+2\beta+3\gamma}$	$\boldsymbol{-\alpha-\beta-2\gamma}$	$\boldsymbol{\beta-\gamma}$

Établissons l'unité de longueur : $\boldsymbol{l_p}$ ≡ longueur de Planck

$\boldsymbol{l_p}$		$Unité\ de\ l_p$	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui => 1$	$\boldsymbol{\alpha+2\beta+3\gamma=1}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non => 0$	$\boldsymbol{-\alpha-\beta-2\gamma=0}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non => 0$	$\boldsymbol{\beta-\gamma=0}$

Nous avons à résoudre un problème à 3 équations à 3 inconnues

$\beta-\gamma=0\ \ =>\ \boldsymbol{\beta=\gamma}$

$-\alpha-\beta-2\gamma=0\ \ =>\ -\alpha-\gamma-2\gamma=0\ \ =>\ -\alpha=3\gamma\quad ou\quad \boldsymbol{\alpha=-3\gamma}$

$\alpha+2\beta+3\gamma=1\quad =>\ -3\gamma+2\gamma+3\gamma=1\quad =>\ 2\gamma=1\ =>\ \boldsymbol{\gamma=\frac{1}{2}}$

$\beta=\gamma\ \ =>\ \boldsymbol{\beta=\frac{1}{2}}$

$\alpha=-3\gamma\ \ =>\ \boldsymbol{\alpha=-\frac{3}{2}}$

$l_p=c^{\alpha}.\ \hbar^{\beta}.\ G^{\gamma}$

$l_p=c^{-\frac{3}{2}}.\ \hbar^{\frac{1}{2}}.\ G^{\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{l_p}=\sqrt{\frac{\hbar\,\boldsymbol{G}}{\boldsymbol{c^3}}}}$$

$\boldsymbol{l_p=1,616255024E-35\ m}$

Établissons l'unité de temps : t_p ≡ temps de Planck

$\boldsymbol{t_p}$		$Unité\ de\ t_p$	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui => 0$	$\boldsymbol{\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non => 1$	$\boldsymbol{-\alpha - \beta - 2\gamma = 1}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non => 0$	$\boldsymbol{\beta - \gamma = 0}$

$\beta - \gamma = 0 \ => \ \boldsymbol{\beta = \gamma}$

$\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0 \ => \ \alpha + 2\gamma + 3\gamma = 0 \ => \ \alpha = -5\gamma \quad ou \ -\alpha = 5\gamma$

$5\gamma - \gamma \ - 2\gamma = 1 \ => \ 2\gamma = 1 \ => \ \boldsymbol{\gamma = \frac{1}{2}}$

$\beta = \gamma \ => \ \boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}}$

$\alpha = -5\gamma \ => \ \boldsymbol{\alpha = -\frac{5}{2}}$

$t_p = c^{\alpha}.\ ћ^{\beta}.\ G^{\gamma}$

$t_p = c^{-\frac{5}{2}}.\ ћ^{\frac{1}{2}}.\ G^{\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{t_p = \sqrt{\frac{ћ\, G}{c^5}}}}$$

$\boldsymbol{t_p = 5,391246448E - 44\ s}$

Au premier coup d'œil, nous remarquons que $\boldsymbol{l_p}$ diffère de $\boldsymbol{t_p}$ que d'un multiple de c.

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = c\ t_p}}$$

l_p est équivalent à la distance parcourue par la lumière pendant le temps de Planck.

Établissons l'unité de masse : $\boldsymbol{m_p} \equiv$ masse de Planck

$\boldsymbol{m_p}$		$Unité\ de\ m_p$	
mètre	$\boldsymbol{m}$	$oui => 0$	$\boldsymbol{\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0}$
seconde	$\boldsymbol{s}$	$non => 0$	$\boldsymbol{-\alpha - \beta - 2\gamma = 0}$
kilogramme	$\boldsymbol{kg}$	$non => 1$	$\boldsymbol{\beta - \gamma = 1}$

$\beta - \gamma = 1 => \boldsymbol{\beta = 1 + \gamma}$

$-\alpha - \beta - 2\gamma = 0 \;=> -\alpha - (1 + \gamma\,) - 2\gamma = 0 \;=> -\alpha - 1 - \gamma - 2\gamma = 0 \;=>$

$-\alpha - 1 - 3\gamma = 0 => \boldsymbol{-\alpha - 1 = 3\gamma}$

$\alpha + 2\beta + 3\gamma = 0 => \;\alpha + 2\beta - \alpha - 1 = 0 => \;2\beta - 1 = 0 => \;\boldsymbol{\beta = \frac{1}{2}}$

$\beta = 1 + \gamma \;\; => \;\gamma = \beta - 1 => \;\; \gamma = \frac{1}{2} - 1 \;\; => \boldsymbol{\gamma = -\frac{1}{2}}$

$-\alpha - 1 = 3\gamma => \alpha = -3\gamma - 1 => \;\alpha = -3\left(-\frac{1}{2}\right) - 1 => \;\alpha = \left(\frac{3}{2}\right) - \left(\frac{2}{2}\right) \;\; => \boldsymbol{\alpha = \frac{1}{2}}$

$m_p = c^{\alpha}.\,\hbar^{\beta}.\;G^{\gamma}$

$m_p = c^{\frac{1}{2}}.\,\hbar^{\frac{1}{2}}.\;G^{-\frac{1}{2}}$

$$\boxed{\boldsymbol{m_p = \sqrt{\frac{c\,\hbar}{G}}}}$$

$\boldsymbol{m_p = 2.176434343E - 8\;kg}$

Unités naturelles

Constantes		***Unités c ħ G***	***Unités c ħ G séparées***		
$\boldsymbol{l_p}$	$\boldsymbol{1{,}616255024E - 35\;m}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{3}{2}}\,.\;\hbar^{\frac{1}{2}}\,.\,G^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{3}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{\frac{1}{2}}}$
$\boldsymbol{t_p}$	$\boldsymbol{5{,}391246448E - 44\;s}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{5}{2}}\,.\;\hbar^{\frac{1}{2}}\,.\,G^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{-\frac{5}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{\frac{1}{2}}}$
$\boldsymbol{m_p}$	$\boldsymbol{2.176434343E - 8\;kg}$	$\boldsymbol{c^{\frac{1}{2}}\,.\;\hbar^{\frac{1}{2}}\,.\,G^{-\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{c^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{\hbar^{\frac{1}{2}}}$	$\boldsymbol{G^{-\frac{1}{2}}}$

$$\boxed{\boldsymbol{l_p = \sqrt{\frac{\hbar\,G}{c^3}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{t_p = \sqrt{\frac{\hbar\,G}{c^5}}}} \qquad \boxed{\boldsymbol{m_p = \sqrt{\frac{c\,\hbar}{G}}}}$$

Annexe 4

Formules

$$f_0 = \frac{m_0\, c^2}{h}$$

$$m_0 = \frac{h\, f_0}{c^2}$$

$$\lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}$$

$$f_t = f_c + f_0$$

$$\cosh(\theta) = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(\frac{t}{\tau}\right) = \frac{f_t}{f_0} = \frac{f_c}{f_0} + 1$$

$$\tanh(\theta) = \frac{v}{c}$$

$$\theta = acosh\left(\frac{t}{\tau}\right)$$

$$\theta = atanh\,(v\,/c)$$

$$\theta = acosh\left(\frac{f_t}{f_0}\right)$$

$$\theta = acosh\left(\frac{f_c}{f_0} + 1\right)$$

$$\theta = asinh\,(\frac{\lambda_0}{\lambda_{db}})$$

$$\lambda_{db} = \left(\frac{c}{sinh(\theta)\, f_0}\right)$$

$$\lambda_{db} = \frac{c}{sinh\left(atanh\left(\frac{v}{c}\right)\right) f_0}$$

$$\lambda_{db} = \frac{c}{\left(sinh\left(acosh\left(\frac{f_c}{f_0} + 1\right)\right)\right) f_0}$$

$$p = \frac{sinh(\theta)\, f_0}{c}$$

$$p = \frac{1}{\lambda_{db}}$$

$$\lambda_{db} = \frac{c}{sinh\left(acosh\left(\frac{t}{\tau}\right)\right) f_0}$$

$$f_c = f_0\left(\frac{t}{\tau} - 1\right)$$

$$f_c = f_0((cosh(\theta)) - 1)$$

$$f_c = f_0\left(\left(cosh\left(atanh\left(\frac{v}{c}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$f_c = f_0\left(\left(cosh\left(asinh\left(\frac{\lambda_0}{\lambda_{db}}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$v = c * tanh\,(\theta)$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_t}{f_0}\right)\right)$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{f_c}{f_0} + 1\right)\right)$$

$$f_0^2 = cosh^2\,(\theta)\,(f_0^2)\; - sinh^2\,(\theta)\,(f_0^2)$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

$$v = c * tanh\left(asinh\,(\frac{\lambda_0}{\lambda_{db}})\right)$$

Énergie de liaison

$$E_{liaison} = \frac{m_{0_{proton}} c^2}{h} + \frac{m_{0_{neutron}} c^2}{h} - \frac{m_{0_{pn}} c^2}{h} \qquad (m\ en\ Kg)$$

$$E_{liaison} = f_{0_{Proton}} + f_{0_{neutron}} - f_{0_{pn}}$$

$$\lambda_{\text{Photon}} = \left(\frac{c}{f_{liaison}}\right)$$

Puits de carré infini

$$f_{cinétique\ \psi n} = f_0\ [(cosh\ [asinh\left(\frac{n\ \lambda_0}{2L}\right)]\ ) - 1]$$

Dans les limites des vitesses non relativistes: v << c

$$f_{cinétique\ \psi n} = n^2\ f_0\ [(cosh\ [asinh\left(\frac{\lambda_0}{2L}\right)]\ ) - 1]$$

Niveau d'énergie de l'électron pour les hydrogénoïdes

$$E_{cn}\ (Hze) = f_{cn} = f_{or\ epn} \left(\left(cosh\left(atanh\left(\frac{Z\ q_e^2}{n\ 2\varepsilon_0 h\ c}\right)\right)\right) - 1\right)$$

$$\theta_n = atanh\left(\frac{Z\ q_e^2}{n\ 2\varepsilon_0 h\ c}\right)$$

$$\theta_n = atanh\left(\frac{Z\ v_1}{n\ c}\right)$$

$$f_{0r\ e\ noyau} = \left(\frac{f_{0\ e}\ \ f_{0\ noyau}}{f_{0\ e} + f_{0\ noyau}}\right)$$

$$\lambda_{\text{Photon}}\ n_a - n_b = \frac{c}{f_{0r\ e\ noyau}\ \left(\left(\left(cosh(\theta_{n_a})\right) - 1\right) - \left(\left(cosh(\theta_{n_b})\right) - 1\right)\right)} \qquad n_a < n_b \text{ et } n \geq 1$$

$f_{cinétique}$, longueur d'onde de de Broglie λ_{db} et vitesse en fonction de la température

$$\boxed{f_{cinétique} = 3\ k_{hz}\ T/2}$$

$$\lambda_{db} = \frac{c}{\left(sinh\left(acosh\left(\frac{3\ k_{hz}\ T}{2f_0} + 1\right)\right)\right)f_0}$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{3\ k_{hz}\ T}{2f_0} + 1\right)\right)$$

Diffusion Compton

$$\Delta\lambda_{photon} = \lambda_{0\ particule}\ [1 - \cos(\theta)]$$

$$f_{photon} = \left(\frac{c}{\lambda_p}\right) \quad et\ \ f'_p = \left(\frac{c}{\lambda'_p}\right)$$

$$f_{cinétique\ de\ la\ particule} = f_p - f'_p$$

$$v_{particule} = c * tanh\left[\text{acosh}\left(\frac{f_{c\ particule}}{f_{0\ particule}} + 1\right)\right]$$

$$\phi = asin\left(\frac{f'_{photon}\ sin(\theta)}{sinh(\varphi)\ f_{o\ particule}}\right)$$

$$\theta = \text{acos}\left(1 - \left(\frac{\Delta\lambda_p}{\lambda_{0e}}\right)\right)$$

La gravitation

$$\frac{t}{\tau} = \left(\frac{gH}{c^2} + 1\right)$$

$$\frac{t}{\tau} = \left(\left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)$$

$$\cosh(\theta) = \left(\frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2} + 1\right)$$

$$\cosh(\theta) = \left(\left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)$$

$$\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{\mathrm{gH}}{\mathrm{c}^2}$$

$$\frac{\Delta f}{f_{originale}} = \frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\frac{gH}{c^2} + 1\right)\right)$$

$$v = c * tanh\left(acosh\left(\left(\left(\frac{\lambda_{0_{ppo}}}{8\,\pi}\frac{f_e}{f_{0_{ppo}}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)\right)\right)$$

$$\frac{t}{\tau} = \left(\left(\frac{GM}{c^2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1\right)$$

$$\frac{t}{\tau} = \left(l_p\,\frac{M}{M_p}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1$$

$$F_{A_B} = F_{B_A} = \left(\frac{\mathrm{h\,l_p}}{c^2\,\mathrm{M_p}}\right)\left(\frac{f_{0A}\,f_{0B}}{d^2}\right)$$

$$\frac{t}{\tau} = \left(l_p\,\frac{f_e}{f_{0_p}}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\right) + 1$$

	TABLEAU DE CONSTANTES	
ε_0	**8,85418781280E-12**	
ev/joule	**6,24150907400E+18**	
joule/ev	**1,60217663400E-19**	
ev/Hz	**4,13566769600E-15**	
Hz/eV	**2,41798924200E+14**	

h	**6,62607015000E-34**	j/Hz
h reduite	1,05457181765E-34	
h reduite^2	1,11212171857E-68	

c	**2,99792458000E+08**	m/s
c^2	8,98755178737E+16	m/s

pi	3,14159265360E+00	
2 pi	6,28318530720E+00	
4 pi^2	3,94784176040E+01	

m électron	**9,10938370150E-31**	kg
f_0 e	1,23558996381E+20	cycle/sec
λ_0 e	**2,42631023867E-12**	mètre/cycle

q e	**1,60217663400E-19**	c
q e^2	2,56696996654E-38	

m Proton	**1,67262192369E-27**	kg
f_o p	2,26873181532E+23	cycle/sec
λ_0 p	**1,32140985539E-15**	mètre/cycle

m neutron	**1,67492749804E-27**	kg
f_o n	2,27185907905E+23	cycle/sec
λ_0 n	**1,31959090581E-15**	mètre/cycle

hertz/u c^2	**2,25234271871E+23**	
u c^2/hertz	**4,43982166520E-24**	
eV/u c^2	**9,31494102420E+08**	
u c^2/eV	**1,07354410233E-09**	

Valeurs en caractères gras:
Source : The NIST Reference (2020-05-28)
(https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html)

À moins d'indication spécifique, les constantes utilisées dans les exemples proviennent de cette source.

k (joule)	**1,38064900000E-23**	j/K
k (eV)	**8,61733326200E-05**	eV/K
k (Hz)	**2,08366191200E+10**	Hz/K
t_{Planck}	5,39124644800E-44	s
G	**6,67430000000E-11**	$m^3.kg^{-1}.s^{-2}$

Références

Bibliographies

[1] Thornton |Rex, *Physique moderne* (3e édition, de boek)

[2] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu et Frank Laloë, *Mécanique quantique Tome 1* (EDP Science, Paris, 2018)

[3] Claude Aslangul, Bernard Diu et Frank Laloë, *Mécanique quantique 1. Fondements et premières applications* (2e édition, de boek)

PDF

[1] Olivier Sigwarth, *Ondes stationnaires et cavités résonnantes :* http://olivier.sigwarth.free.fr/CoursTS1/Chap4/Ch4_ondes_stat_cavites.pdf

[2] Luc Tremblay, *La physique quantique* https://physique.merici.ca/ondes/chap10opm.pdf

[3] Claude Mercier, *Calculs et interprétations des différentes unités de Planck* http://pragtec.com/physique/download/Calculs_interpretations_unites_Planck_df.php

HTML

[1] Luc tremblay, *Ondes et physique moderne :* https://physique.merici.ca/ondes.html

[2] *Harmonique sphérique :* https://fr.wikipedia.org/wiki/Harmonique_sph%C3%A9rique

[3] *Orbital atomique :* https://fr.wikipedia.org/wiki/Orbitale_atomique

[4] *Série de Lyman :* https://fr.wikipedia.org/wiki/S%C3%A9rie_de_Lyman

[5] *Spectre de l'hydrogène :* https://fr.wikipedia.org/wiki/Spectre_de_l%27atome_d%27hydrog%C3%A8ne

[6] La radioactivité.com, *L'effet photoélectrique :* https://www.laradioactivite.com/site/pages/Effet_Photoelectrique.htm

[7] La radioactivité.com, *L'effet Compton :*
https://www.laradioactivite.com/site/pages/Effet_Compton.htm

[8] *Principe d'incertitude :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_d%27incertitude

[9] *Fréquence :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fréquence

[10] *Oscillateur harmonique :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Oscillateur_harmonique

[11] *Raideur (mécanique)* :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Raideur_(mécanique)

[12] *Résonance :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sonance

[13] *Fonction hyperbolique :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Fonction_hyperbolique

[14] *The NIST Reference :*
https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html)

[15] *Le temps de Planck :*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Temps_de_Planck

[16] Loi universelle de la gravitation*:*
https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_universelle_de_la_gravitation#:~:text=Expression%20math%C3%A9matique%20selon%20Isaac%20Newton,-Deux%20corps%20ponctuels&text=Cette%20valeur%20est%20proportionnelle%20au,gravit%C3%A9%20de%20ces%20deux%20corps.

Vidéos

[1] Richard Taillet, *Introduction à la relativité restreinte*. Université de Grenoble
https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/la-formation/447-introduction-la-relativit-restreinte/

[2] Sciencesilencieuse, *Relativité restreinte* :
https://www.youtube.com/playlist?list=PL1m96--TUxs6jUQK9TQEN1FPNxUmC9ShK

[3] David Malka, *S8-3 Experience à photons uniques (II) :*
https://vimeo.com/240028106

[4] E-Learning Physique, *Mécanique quantique- Puits infini - MP/PC :*
https://www.youtube.com/watch?v=4jfT10FMTFQ&list=PLrfG_Hi1Epg4OPqfel-rwlQlT-kKMARIV&index=93&t=0s

[5] Synchrotron SOLEIL, *L'électron dans tous ses états :*
https://www.youtube.com/watch?v=9Uf_LNULgeo

[6] Synchrotron SOLEIL, *Créateur de lumières - quand l'électron émet des photons :*
https://www.youtube.com/watch?v=o6OTAr1D-2E

[7] Michel van Biezen, *Physics - Modern Physics (3 of 26) The Photoelectric Effect :*
https://www.youtube.com/watch?v=kZWgnz5z1_w

[8] Alexander C, *Harmonic oscillation HD :*
https://www.youtube.com/watch?v=T7fRGXc9SBI

[9] gilhclaudeyves, *Relation de De Broglie et équation de Schrodinger :*
https://www.youtube.com/watch?v=l6DJOhu9CHE&t=2880s

[10] Michel van Biezen, *Physics 16 simple harmonic motion and pendulum :*
https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXVzGuPkVRXopSBVUxQHGoee

[11] Michel van Biezen, *Physics - Mechanics: Simple Harmonic Motion (2 of 5) Introduction 2 :*
https://www.youtube.com/watch?v=WntovscTOtc&list=PLX2gX-ftPVXVzGuPkVRXopSBVUxQHGoee&index=22&t=302s

[12] Michel van Biezen, *Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (41 of 92) What is Zero Point Vibration? :*
https://www.youtube.com/watch?v=NQNA_YVn1yM&t=2s

[13] Michel van Biezen, *Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (50 of 92) What is Oscillator Amplitude? :*

https://www.youtube.com/watch?v=AxXdfT2XG30&list=PLX2gX-ftPVXXt6Ix6JWYCiv5yJYV7DO2K&index=52&t=0s

[14] E-Learning Physique, Potentiel harmonique quantique- Simulation/explications : https://www.youtube.com/watch?v=4u4uNxRI4pU

[15] E-Learning Physique, *Corrigé Mines Physique 2 MP 2017 : l'oscillateur harmonique quantique (partie 3) :* https://www.youtube.com/watch?v=rFG6xngmzZw&t=639s

[16] Sciencesilencieuse, *L'oscillateur harmonique quantique :* https://www.youtube.com/watch?v=so6-2mVI3qE

[17] *Corde de Melde- résonance-simulation/animation :* https://www.youtube.com/watch?v=4JNsnz9usCI

[18] *Corde de Melde (animation flash Université de Nantes) :* https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Ondes/ondes_stationnaires/melde.php

[19] Michel van Biezen, Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (41 of 92) What is Zero Point Vibration? : https://www.youtube.com/watch?v=NQNA_YVn1yM&t=2s

[20] Michel van Biezen, *Physics - Ch 66 Ch 4 Quantum Mechanics: Schrodinger Eqn (43 of 92) What is Transition Energy? :* https://www.youtube.com/watch?v=EQkdjVcJ0lM

[21] SLAC National Accelerator Labatory, *Ultrafast Electron Diffraction: How It Works:* https://www.youtube.com/watch?v=XVvhQIlCft8

[22] National STEM Centre, *How to demonstrate electron diffraction in the classroom :* https://www.youtube.com/watch?v=IYnU4T3jbgA

[23] derinsherman62, *electron diffraction, Planck's constant, and de Broglie* https://www.youtube.com/watch?v=6R3juZXNyTo&t=457s

[24] PBS Space Time, *The Quantum Experiment that Broke Reality | Space Time | PBS Digital Studios :* https://www.youtube.com/watch?v=p-MNSLsjjdo&t=700s

[25] Ced L., Capsule noyau masse energie https://www.youtube.com/watch?v=5cvPRlreBNo

[26] David Malka, L'effet photoélectrique : https://vimeo.com/240026858

[27] Michel van Biezen, *Physics 66.1 Quantum Mechanics – Schrodinger Equation*, https://www.youtube.com/playlist?list=PLX2gX-ftPVXXt6Ix6JWYCiv5yJYV7DO2K

[28] Richard Taillet*. Cours d'introduction à la relativité générale*. Université de Grenoble https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/4642-cours-4/ https://videos.univ-grenoble-alpes.fr/video/4641-cours-5/

[29] Your Daily Equation #15: The Planck Length - Why String Theory is Hard to Test (27:17) https://www.youtube.com/watch?v=1MRGJwdeie0&list=PLKy-B3Qf_RDVL6Z_CmgKf0tAbpXTua9mV&index=28&t=359s

[30] Planck Units - Part 1 of 3… https://www.youtube.com/watch?v=uaN8uM_2_sk